مثال

با فرض اینکه تکرار ارقام مجاز نباشد با ارقام ۲و۳و۵ , ۷ , ۶ , ۹ یکان. دهگان صدگان

الف) چند عدد ۲ رقمی می توان نوشت ۱۲۰ = ۶×۵×۴ = ۴ ۵ ۶

۲
۳
۵
۷
۶
۹

ب) چند عدد ۳ رقمی کوچکتر از ۴۰۰ نوشت

چون در قسمت ب گفته شده است عدد کوچکتر از ۴۰۰ باشد رقم اول از سمت چپ فقط با ۲ یا ۳ شروع می شود چون ۲ و ۳ از ۴ کوچکترند پس برای رقم اول دو حالت داریم

۴۰ = ۲×۵×۴ = ۴ ۵ ۲

۳ یا ۲ ۲،۹،۶،۷،۵

پ) چند عدد ۳ رقمی زوج می توان نوشت

چون در قسمت پ گفته شده است عدد زوج باشد عددهای زوج است که رقم یکان آن ها زوج باشد در این جا دو عدد زوج داریم یعنی ۲ و ۶

پس برای رقم یکان از سمت راست ۲ حالت داریم

۴۰ = ۴×۵×۲ = ۲ ۵ ۴

۶ یا ۲

۲ یا ۳ یا ۵ یا ۷ یا ۹

ت) چند عدد ۳ رقمی فرد می توان نوشت

چون در قسمت ت گفته شده است عددها فرد (عددهای فرد هستند که رقم یکان آن عدد فرد باشد چون در این جا ۳، ۵، ۷، ۹ عدد فرد هستند پس رقم یکان ۴ حالت دارد

۸۰ = ۴×۵×۴ ۴ ۵ ۴

۷
۳
۹
۲
۶

۷ یا ۳ یا ۵ یا ۹

Scanned by CamScanner

ث) چند عدد ۳ رقمی مضرب ۵ می توان نوشت.

چون در قسمت ث گفته شده است مضرب ۵ باشد پس رقم یکان آن ما باید ۰ یا ۵ باشد در این سوال عدد صفر وجود ندارد پس برای رقم یکان فقط یک حالت داریم

$\underline{۴}\quad \underset{\substack{۲\\\cancel{۳}\\۷\\۹\\۶}}{\underline{۵}}\quad \underset{۵}{\underline{۱}} = ۴\times۵\times۱=۲۰$

تعریف فاکتوریل

حاصل ضرب n تا عدد که هر کدام یک واحد از آن کم می شود فاکتوریل گفته می شود و با n! نشان داده می شود

مثال

$۲! = ۲\times۱=۲$

$۶\times۵\times۴\times۳\times۲\times۱=۶!=۷۲۰$

$۸! = ۸\times۷\times۶\times۵\times۴\times۳\times۲\times۱=$

$۵\times۴\times۳\times۲\times۱=۵!=۱۲۰$

نکته: $۰! = ۱$ $\quad ۱!=۱$

$n! = n\times(n-۱)\times(n-۲)\times\ldots\times۱$

هرگاه عددهای فاکتوریل دار در کسر باشد عدد صورت را تا بزرگ ترین عدد مخرج ساده می کنیم

مثال

الف) $\frac{۷!}{۳!\times۴!} = \frac{۷\times\cancel{۶}\times۵\times\cancel{۴}}{\underset{\substack{\cancel{۳\times۲\times۱}\\\cancel{۶}}}{۳!}\times\cancel{۴!}} = ۳۵$

پ) $\frac{۸!}{۳!\times۵!} = \frac{۸\times۷\times\cancel{۶}\times\cancel{۵}}{\underset{\substack{۳\times۲\times۱\\\cancel{۶}}}{۳!}\times\cancel{۵!}} = ۵۶$

ب) $\frac{۵!}{۲!\times۳!} = \frac{۵\times\overset{۲}{۴}\times\cancel{۳!}}{\underset{\cancel{۲\times۱}}{۲!}\times\cancel{۳!}} = ۱۰$

ت) $\frac{۸!}{۴!\times۳!} = \frac{\overset{۵۶}{\cancel{۸\times۷}}\times\cancel{۶}\times۵\times\cancel{۴}}{\cancel{۴!}\times۳!} = ۱۸۰$

Scanned by CamScanner

تعریف تبدیل

فرض کنید n شی متمایز داریم تعداد حالت هایی که این n شی می توان درکنار هم قرار داد تبدیل نامیده می شود و با !n نشان می دهیم تبدیل نیز مانند اصل شمارش است

مثال)
فرض کنیم ۶ نفر داشته باشیم به چند طریق می توان ۶ نفر را در یک صف قرار داد

$$\underline{۶}\quad \underline{۵}\quad \underline{۴}\quad \underline{۳}\quad \underline{۲}\quad \underline{۱} = ۶\times۵\times۴\times۳\times۲\times۱ = ۶!$$

تعریف ترتیب

فرض کنید n شی متمایز داریم و می خواهیم r تا از آن ها را درکنار هم قرار دهیم

$n \geq r$ به چند طریق می توان حالت های ممکن انتخاب r شی از n شی را داشته باشیم

از فرمول زیر استفاده کنیم (در ترتیب تکرار وجود ندارد و اولویت دارد)

$$P(n,r) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

مثال) به چند طریق می توان از میان ۶ نفر ۴ نفر را انتخاب کرد که نفر اول مسئول گروه نفر دوم معاون و نفر سوم منشی و نفر ۴ حسابدار باشد

$$\text{کل} = n = ۶ \qquad P(۶,۴) = \frac{۶!}{\underbrace{(۶-۴)}_{۲}} = \frac{۶\times۵\times۴\times۳\times\cancel{۲!}}{\cancel{۲!}} = ۳۶۰$$

$$\text{جز} = r = ۴$$

مثال) می خواهیم از میان ۲۰ نفر برندگان یک مسابقه ۲ نفر را انتخاب کنیم برای اهدای جوایز اول و دوم این عمل به چند طریق امکان پذیر است

$n=۲۰$ $r=۲$

$$P(۲۰,۲)=\frac{۲۰!}{\underbrace{(۲۰-۲}_{۱۸}}=\frac{۲۰\times۱۹\times\cancel{۱۸!}}{۱۸!}=۳۸۰$$

فرمول ترکیب حفظ شود

تعریف ترکیب اگر در انتخاب r شی از n شی ترتیب مهم نباشد $(r\leq n)$ آن را ترکیب می نامیم و با فرمول زیر نشان میدهیم

$$C(n,r)=\frac{n!}{r!(n-r)}$$

مثال) از یک [illegible] مرکب از ۵ پزشک و ۳ پرستار چند کمیته ی ۳ نفری می توان تشکیل داد

کل $=n=۸$ جزء $=r=۳$

$$C(۸,۳)=\frac{۸!}{۳!\underbrace{(۸-۳)}_{۵}!}=\frac{۸\times۷\times۶\times\cancel{۵!}}{\underbrace{۳!}_{۳,۲,۱}\times\cancel{۵!}}=۵۶$$

★ مهم ۲۵ نمره

تعریف کلاسیکی احتمال

تعداد حالات مساعد تقسیم بر تعداد حالات ممکن را احتمال می نامیم که در واقع حالات مساعد همان پیشامدهاست احتمال یک پیشامد غیرممکن برابر صفر و احتمال یک پیشامد قطعی برابر است و وجود احتمال همیشه بین صفر و یک است

هرگاه در صورت سوال سرفصل موضوع مناسب ی احتمال از فرمول احتمال استفاده میکنیم

Scanned by CamScanner

$$p(\text{پیشامد}) = \frac{\text{تعداد حالات مساعد}}{\text{تعداد حالات ممکن}} = \frac{n(\text{پیشامد})}{n(S)}$$

غیرممکن $p(\varnothing)=0$ قطعی $p(S)=1$

مثال)

فرض کنید ۶ قرمز سیب قرمز و ۴ سیب زرد داریم ۴ سیب را به طور تصادف

۶ سیب قرمز
۴ سیب زرد

انتخاب می‌کنیم مطلوب است محاسبه احتمال

$n =$ ۱۰ تا سیب
$r =$ ۴ تا سیب

الف) از هر رنگ سیب ۲ مورد انتخاب شود

ب) حداکثر دو سیب زرد انتخاب شود

نکته: در این سوال چون ۲ قسمت داریم ۲ پیشامد داریم

نکته ۲: $n(S)$ برای هر دو قسمت ثابت است پس ابتدا $n(S)$ را محاسبه می‌کنیم

نکته: کلا مسئل احتمال بر پایه ترکیب است

$$n(S) = \binom{۱۰}{۴} = (۱۰, ۴) = \frac{۱۰!}{۴!\underbrace{(۱۰-۴)}!} = \frac{۱۰\times \overset{۳}{\cancel{۹}}\times ۸\times ۷\times \cancel{۶!}}{\cancel{۶!}\times ۴!} = ۲۱۰$$

۴، ۳، ۲، ۱

الف) $p\Big(\underbrace{\text{از هر رنگ سیب ۲ مورد انتخاب}}_{A}\Big) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\overset{\text{زرد}}{\binom{۴}{۲}}\overset{\text{قرمز}}{\binom{۶}{۲}}}{۲۱۰} = \frac{\frac{۴!}{۲!(۴-۲)!} \times \frac{۶!}{۲!(۶-۲)!}}{۲۱۰} = \frac{۶\times ۱۵}{۲۱۰} = \frac{۹۰}{۱۲۰}$

۵۲ Subject :   Date :   /   /

$$ب)\ P\left(\text{حداکثر دو سیب زرد انتخاب}\right) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{\binom{۴}{۲}\binom{۶}{۲}+\binom{۴}{۱}\binom{۶}{۳}+\binom{۴}{۰}\binom{۶}{۴}}{۲۱۰}$$

$$= \frac{\frac{۴!}{۲!(۴-۲)!}\times\frac{۶!}{۲!(۶-۲)!}+\frac{۴}{۱!(۴-۱)!}\times\frac{۶!}{۳!(۶-۳)!}+\frac{۴!}{۰!(۴-۰)!}\times\frac{۶!}{۴!(۶-۴)!}}{۲۱۰}$$

$$\frac{۶\times۱۵+۴\times۲۰+۱۵}{۲۱۰} = \frac{۱۱۵}{۲۱۰}$$

مثال اول:

۵ کشتی گیر و ۴ وزنه بردار دیگر در ورزشگاه هستند ۴ نفر به تصادف انتخاب

می کنیم مطلوب است محاسبه احتمال چون ۳ قسمت است ۳ پیشامد داریم

گام اول مخرج را حساب می کنیم چون مخرج برای ۳ پیشامد یکسان است

کل $n=۹$

جزء $r=۴$

$$n(S)=\binom{۹}{۴}=(۹\times۴)=\frac{۹!}{۴!\underbrace{(۹-۴)!}_{۵!}}$$ ~~الف) هم [illegible]~~

$$=\frac{\overset{۳}{۹}\times\overset{۲}{\cancel{۸}}\times۷\times۶\times\cancel{۵!}}{۴!\times\cancel{۵!}} = \overset{۲۱}{\cancel{۳\times۷}}\times۶=۱۲۶$$

$\cancel{۴}\times\cancel{۳}\times\cancel{۲}\times۱$

الف) هم رشته ای باشند

نکته ۱: هرگاه گفته باشد هم رشته ای بودند یا هم رنگ بودند بین آن ها جمع قرار می دهیم

نکته ۲: هرگاه در ترکیب n و r باهم مساوی باشد $(n=r)$ جواب می شود یک

نکته ۳: هرگاه در ترکیب r یک واحد از n کم تر باشد $\binom{n}{r}$ جواب آن n می شود

$$الف)\ P(\underbrace{\text{هم رشته ای بودن}}_{A}) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{۴}{۴}+\binom{۵}{۴}}{۱۲۶} = \frac{۱+۵}{۱۲۶} = \frac{۶}{۱۲۶}$$

ب) تعداد کشتی گیر از وزنه بردار بیش تر باشد

نکته۱: هرگاه ۵ در ترکیب ۲ یک باشد (مثلا ۲=۱) جواب ما n می شود

نکته۲: هرگاه ۵ در ترکیب ۲ صفر باشد (مثلا ۲=۰) جواب یک می شود B

ب) $$P(\text{تعداد کشتی گیر از وزنه بردار بیش تر باشد}) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{\binom{۵}{۳}\binom{۴}{۱}+\binom{۵}{۴}\binom{۴}{۰}}{۱۲۶} =$$

$$= \frac{\frac{\overset{۲}{۵\times\cancel{۴}\times\cancel{۳}}\,\cancel{۵!}}{\cancel{۳!}\,(۵-۳)!}\times ۴+۵\times ۱}{۱۲۶} = \frac{۱۰\times ۴+۵}{۱۲۶} = \frac{۴۵}{۱۲۶}$$

پ) حداقل دو وزنه بردار انتخاب شود

$$P(\text{حداقل دو وزنه بردار}) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{\binom{۴}{۲}\binom{۵}{۲}+\binom{۴}{۳}\binom{۵}{۱}+\binom{۴}{۴}\binom{۵}{۰}}{۱۲۶}$$

$\cancel{۴}\times۳\times\cancel{۲}\times۱=۶$ $\quad$ $۵\times\cancel{۴}\times\cancel{۳}=۱۰$

$$= \frac{\frac{۴!}{\cancel{۲!}(۴-۲)!}\times\frac{۵!}{\cancel{۲!}(۵-۲)!}+۲۰+۱}{۱۲۶} = \frac{۶۰+۲۰+۱}{۱۲۶} = \frac{۸۱}{۱۲۶}$$

مثال۲

ظرفی شامل ۶ مهره آبی و ۵ مهره قرمز است ۳ مهره به تصادف از آن خارج می کنیم مطلوب است محاسبه ی احتمال

n = ۱۱ کل

۶٪ ۷ = ۳

سوال ۲ قسمت است پس دو بخش داریم. گام اول مخرج

$۱۱\times\cancel{۱۰}\times\cancel{۹}\times۸$

$$n(S) = \binom{۱۱}{۳} = \frac{۱۱!}{۳!(۱۱-۳)!} = ۱۶۵$$

$\cancel{۳\times۲\times۱}$ $\quad$ $۸!$

۲ الف) دو مهره هم رنگ باشد

$$\text{الف)}\ p\Big(\underbrace{\text{دو مهره هم رنگ باشد}}_{A}\Big)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{\binom{۶}{۲}+\binom{۵}{۲}}{۱۶۵}=\frac{\frac{\overset{\cancel{۶}\times۵\times۴\times\cancel{۳}}{۶!}}{\cancel{۲!}\cancel{(۶-۲)!}}+\frac{\overset{۵\times\cancel{۴}\times\cancel{۳}}{۵!}}{\cancel{۲!}\cancel{(۵-۲)}}}{۱۶۵}$$

$$=\frac{۲۰+۱۰}{۱۶۵}=\frac{۳}{۱۶۵}$$

$$\text{ب)}\ p\Big(\underbrace{\text{حداکثر دو مهره زرد}}_{B}\Big)=\frac{n(B)}{n(S)}=\frac{\overset{۶}{\binom{۵}{۲}\cancel{\binom{۶}{۱}}}+\overset{۵}{\cancel{\binom{۵}{۱}}\binom{۶}{۲}}+\overset{۱}{\cancel{\binom{۵}{۰}}\binom{۶}{۳}}}{۱۶۵}$$

$$=\frac{\overset{۱۰}{\cancel{\frac{۵!}{۲!(۵-۲)!}}}\times۶+۵\times\overset{۱۵}{\cancel{\frac{۶!}{۲!(۶-۲)}}}+۱\times\overset{۲۰}{\cancel{\frac{۶!}{۳!(۶-۳)}}}}{۱۶۵}=\frac{\overset{۶۰}{\cancel{۱۰\times۶}}+\overset{۷۵}{\cancel{۱۵\times۵}}+۲۰}{۱۶۵}=\frac{۱۵۵}{۱۶۵}$$

مثال ۳

چند عدد ۳ رقمی از ارقام ۵، ۴، ۳، ۲، ۱ می‌توان نوشت مطلوب است که

الف

الف) تکرار ارقام جایز باشد (با تکرار)

$$\underset{\substack{۱\\۲\\۳\\۴\\۵}}{\underline{۵}}\times\underline{۵}\times\underline{۵}=۱۲۵$$

ب) تکرار ارقام جایز نباشد (بدون تکرار)

$$\text{ب)}\ \underline{۵}\times\underline{۴}\times\underline{۳}=۶۰$$

پ) در حالت ب چند عدد زوج و چند عدد فرد وجود دارد

$$\text{ب عدد زوج}\quad \underline{۳}\ \ \underline{۴}\ \ \underset{\text{۲ یا ۴}}{\underline{۲}}=۲۴$$

$$\text{عدد فرد}\quad \underline{۳}\ \ \underset{\substack{۲\ ۳\\ ۴}}{\underline{۴}}\ \ \underset{\text{۱ یا ۵ یا ۳}}{\underline{۳}}\quad ۳۶$$

Scanned by CamScanner

مثال ۴

چند عدد ۳ رقمی با ارقام ۵ و ۰ و ۹ و ۸ و ۷ می توان نوشت بطوری که

الف) ~~بدون~~ با تکرار

با تکرار ۴ ۵ ۵ = ۱۰۰

ب) بدون تکرار ~~تکراری~~

بدون تکرار ۴ ۴ ۳ = ۴۸

پ) عدد از ۸۰۰ کمتر باشد

۲ ۴ ۳ = ۲۴

۷ یا ۵ ; ۵ ۸ ۹ ۰

ت) بر عدد ۵ بخش پذیر باشد (بدون تکرار - با تکرار)

با تکرار ۴ ۵ ۲

۰ یا ۵

بدون تکرار

رقم یکان ۰: ۳ ۴ ۱ = ۱۲ (۰)

رقم یکان ۵: ۳ ۳ ۱ (۵)

مثال ۵

جدول آماری زیر را در نظر بگیرید

الف) میانه و مد را بدست آورید

حدود دسته‌ها	fi	Fi
۰ - ۵	۶	۶ → طبقه مددار
۵-۱۰	۴	۱۰ → طبقه میانه دار
۱۰-۱۵	۵	۱۵
۱۵_۲۰	۳	۱۸
	n=۱۸	

گام اول: برای میانه ستون فراوانی تجمعی را تشکیل می دهیم

گام دوم = عدد k را بدست می آوریم

$$k = \frac{n}{2} = \frac{18}{2} = 9$$

اولین طبقه‌ای که فراوانی تجمعی آن بزرگتر یا مساوی k است طبقه‌ی میانه دار نامیده می شود

حدود واقعی طبقه میانه دار

گام آخر: از فرمول زیر

$$Md = \overset{\text{در}}{l} + \frac{\frac{n}{٢} - fc_{i-1}}{f_i} \times \overset{\text{فاصله طبقات}}{c}$$

← فراوانی مطلق طبقه میانه دار

$$Md = ٤/٥ + \frac{٩-٦}{٤} \times ٥ = ٤/٥ + \overset{٣،٧٥}{\frac{١٥}{٤}} = ٨/٢٥$$

[redacted]

گام اول برای بدست آوردن مد در جدول طبقه ای را به عنوان طبقه مد دار

انتخاب می کنیم که بیشترین فراوانی مطلق را داشته باشد و بعد از فرمول

زیر استفاده می کنیم

$$Mo = l + \frac{d_1}{d_1 + d_2} \times c =$$

$$= ٥ + \frac{٦}{٦+٢} \times ٥ = \frac{٣٠}{٨} = ٣/٧٥$$ مد

$d_1 =$ تفاوت فراوانی مطلق مد دار از طبقه ی قبل

$d_2 =$ تفاوت فراوانی مطلق طبقه مد دار از طبقه بعد

ب)

واریانس وانحراف معیار را بدست آورید

برای بدست آوردن واریانس ابتدا مرکز دسته را بدست می آوریم

۵۷✓ Subject :

Date : $fi(x_i - x)^2$

حدود دسته	fi	x_i	fix_i	$(x_i - \bar{x})$	
۰-۵	۶	$\frac{۰+۵}{۲}$=۲٫۵	۶×۲/۵=۱۵	۲/۵-۸٫۸۸= -۶٫۳۸ توان ۲ >	۴۰٫۷۰
۵-۱۰	۴	۷٫۵	۴×۷/۵=۳۰	۷/۵-۸٫۸۸=۱٫۳۸	۱٫۹۰
۱۰-۱۵	۵	۱۲٫۵	۵×۱۲/۵=۶۲/۵	۱۲/۵-۸٫۸۸=۳٫۶۲	۱۳٫۱۰
۱۵-۲۰	۳	۱۷٫۵	۳×۱۷/۵=۵۲/۵	۱۷/۵-۸٫۸۸= ۸٫۶۲	۷۴٫۳۰
	N=۱۸				

$$\bar{x} = \frac{۱۵+۲۰+۶۲/۵+۵۲/۵}{۱۸} = \frac{۱۶۰}{۱۸} = ۸٫۸۸$$

گام ۵ = عددهای بدست آمده در گام چهارم را به توان ۲ می رسانیم

در گام ۶ = عددهای حاصل از توان را در فراوانی مطلق ضرب کرده و مقادیری که

بدست می آید را باهم جمع تقسیم بر تعداد کل داده ها می کنیم واریانس بدست می آید

$$\sigma^2 \text{ یا } s^2 = \frac{۲۴۴٫۲+۷٫۶+۶۵٫۵+۲۲۲٫۹}{۱۸} = \frac{۵۴۰٫۲}{۱۸} = ۳۰٫۰۱$$ واریانس

انحراف معیار = $\sqrt{۳۰۰۱}$

$Fi(x_i - x)^2$

۶×۴۰٫۷۰=۲۴۴٫۲

۴×۱٫۹۰=۷٫۶

۵×۱۳×۱۰=۶۵٫۵

۳×۷۴٫۳۰=۲۲۲٫۹

گام ۶ آخر

جدول زیر را کامل کنید

حدود دسته	fi	ri	Fi
۱۰-۲۰	۱۲	$\boxed{\frac{۱۲}{x}}$	$\boxed{۱۲}$
۲۰-۳۰	$\boxed{۸}$	$\frac{۴}{۲۱}$	$\boxed{۲۰}$
۳۰-۴۰	$\boxed{۱۵}$	$\frac{۵}{۱۴}$	$\boxed{۳۵}$
۴۰-۵۰	۷	$\boxed{\frac{۷}{x}}$	$\boxed{۴۲}$

$N = x$ $\quad$ $\sum r_i = ۱$

$$\frac{۱۲}{x}+\frac{۴}{۲۱}+\frac{۵}{۱۴}+\frac{۷}{x}=۱$$

$$\frac{\overbrace{۴۲\times۱۲}^{۵۰۴}+\overbrace{۸x+۱۵x}^{۲۳x}+\overbrace{۴۲\times۷}^{۲۹۴}}{۴۲x}=۱$$ مخرج مشترک

$$\frac{۷۹۸+۲۳x=۱}{۴۲}$$

طرفین وسطین $۷۹۸+۲۳x=۴۲x$

$۴۲x-۲۳x=۷۹۸$

$x=\frac{۷۹۸}{۱۹}=۴۲$

$\frac{\boxed{۸}}{۴۲\;۲\times}\;۲\times\;\frac{۴}{۲۱}$ $\qquad$ $\frac{\boxed{۱۵}}{۴۲\;۳\times}\overset{۳\times}{=}\frac{۵}{۱۴}$

Scanned by CamScanner

دوره ۵

اگر
$$f(x)=\begin{cases} x-x^{۲} & -۱\leq x<۱ \\ \frac{۱}{x+۳} & ۱\leq x<۲ \\ ۳ & x\geq ۲ \end{cases}$$
باشد آن گاه

$$\frac{۳f(\frac{۳}{۲})+f(۴)}{f(-۱)}=?$$

$$f(\tfrac{۳}{۲})=\frac{۱}{x+۳}=\frac{۱}{\frac{۳}{۲}+\frac{۲}{۱}}=\frac{\frac{۱}{۱}}{\frac{۳+۶}{۲}}=\frac{۲}{۹}$$

چون $\frac{۳}{۲}$ بین ۱ و ۲ قرار دارد یعنی در محدوده دوم قرار دارد.

نکته:

ابتدا باید عدد داخل پرانتز را بررسی کنیم که در داخل کدام محدوده قرار دارد و بعد به جای x قرار می دهیم.

$$f(۴)=۳$$

در اینجا ۴ بزرگتر از ۲ است و در محدوده سوم قرار دارد.

$$f(-۱)=x-x^{۲}=-۱-(-۱)^{۲}=-۱-۱=-۲$$

در اینجا ۱- در محدوده اول قرار دارد.

در مرحله آخر جایگذاری می کنیم.

$$\frac{۳f(\frac{۳}{۲})+f(۴)}{f(-۱)}=\frac{۳\times\frac{۲}{۹}+۳}{-۲}=\frac{\frac{۶}{۹}+\frac{۳}{۱}}{-۲}=\frac{\frac{۶+۲۷}{۹}}{\frac{-۲}{۱}}=\frac{+۳۳}{-۱۸}=-\frac{۳۳}{۱۸}$$

اگر $f(x) \begin{cases} x^۲+۱ & x\leq -۱ \\ \frac{۱}{x+۴} & ۰\leq x<۱ \\ ۲x^۳-۴ & x\geq ۱ \end{cases}$ آنگاه $\frac{۲f(-۱)+f(۰)}{۳f(۱)}$

در محدودهٔ اول

$$f(-۱) = x^۲+۱ = (-۱)^۲+۱ = ۲$$

محدودهٔ دوم

$$f(۰) = \frac{۱}{x+۴} = \frac{۱}{۰+۴} = \frac{۱}{۴}$$

$$f(۱) = ۲x^۳-۴ = ۲\times(۱)^۳-۴ = -۲$$

محدودهٔ سوم

در این مرحله جایگذاری می‌کنیم.

$$\frac{۲f(-۱)+f(۰)}{۳f(۱)} = \frac{۲\times(۲)+\frac{۱}{۴}}{۳\times(-۱)} = \frac{۴+\frac{۱}{۴}}{-۳} = \frac{\frac{۱۶+۱}{۴}}{\frac{-۳}{۱}}$$

$$= -\frac{۱۷}{۲۴}$$

اگر $f(x) = \begin{cases} x^۳+۵ & -۲\leq x<۱ \\ \frac{۱}{x+۵} & ۱\leq x<۳ \\ ۴ & x\geq ۳ \end{cases}$ آنگاه حاصل $\frac{۳f(۰)+f(۱)}{۵f(۳)}$ چ=

محدوده اول — محدودهٔ دوم — محدوده سوم

$$f(۰) = x^۳+۵ = (۰)^۳+۵ = ۵$$

$$f(۱) = \frac{۱}{۱+۵} = \frac{۱}{۶}$$

$$f(۳) = ۴$$

$$\frac{۳f(۰)+f(۱)}{۵f(۳)} = \frac{۳\times۵+\frac{۱}{۶}}{۵\times۴} = \frac{۱۵+\frac{۱}{۶}}{۲۰} = \frac{\frac{۹۰+۱}{۶}}{\frac{۲۰}{۱}} = \frac{۹۱}{۱۲۰}$$

اگر $f(x) = \begin{cases} x^2-5 & 2\leq x<3 \\ \frac{1}{4} & 3\leq x<5 \\ x^3-1 & x\geq 5 \end{cases}$ آنگاه جواب حاصل $\dfrac{\overset{\text{محدوده اول}}{2f(2)} + \overset{\text{محدوده دوم}}{f(3)}}{\underset{\text{محدوده سوم}}{4f(5)}}$ ؟

$f(2) = x^2-5 = 2^2-5 = -1$

$f(3) = \frac{1}{4}$

$f(5) = x^3-1 = (5)^3-1 = 125-1 = 124$

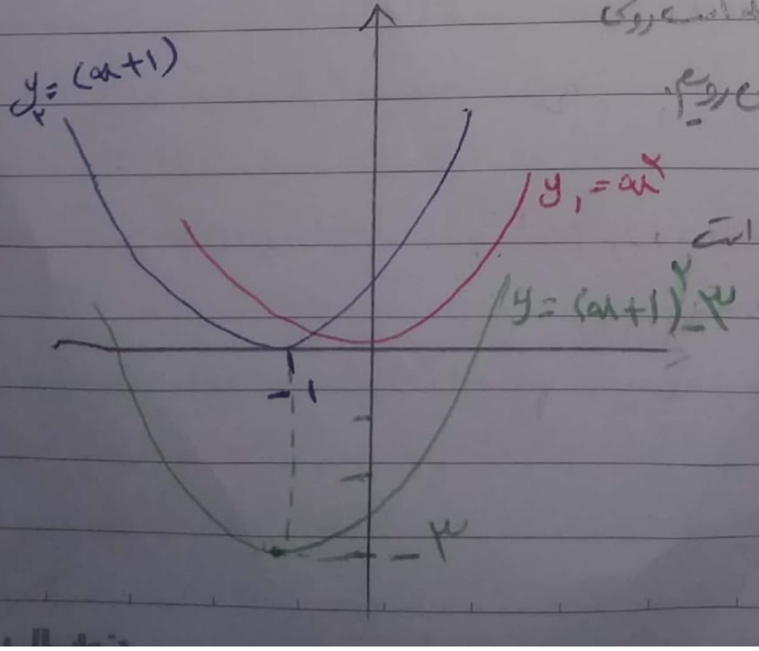
$$\frac{2f(2)+f(3)}{4f(5)} = \frac{2\times(-1)+\frac{1}{4}}{4\times 124} = \frac{\frac{-2}{1}+\frac{1}{4}}{496} = \frac{\frac{-8+1}{4}}{496} = \frac{-7}{1984}$$

نمودار توابع زیر را رسم کنید.

الف) $f(x) = (x+1)^2-3$

گام اول: $y_1 = x^2$ را رسم می کنیم

گام دوم: چون داخل پرانتز +1 است روی محور x ها یک واحد سمت چپ می رویم.



گام سوم: عدد بعد از پرانتز -3 است پس نمودار گام دوم را 3 واحد به سمت پایین انتقال می دهیم.

ب) $f(x) = -(x-۲)^۲+۳$

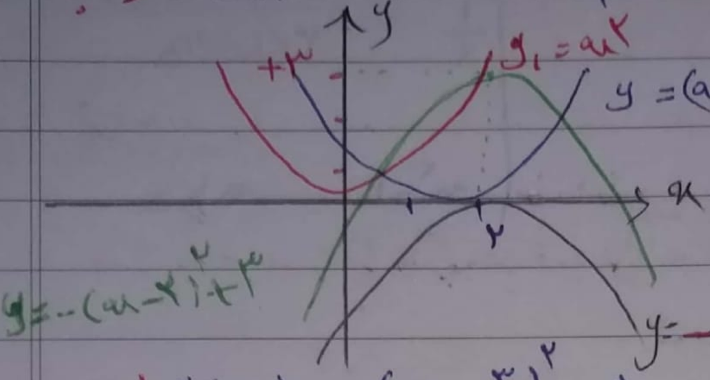
گام اول: $y_۱ = x^۲$ را رسم می‌کنیم.

گام دوم: چون داخل پرانتز ۲- است، ۲ واحد به سمت راست می‌رویم.

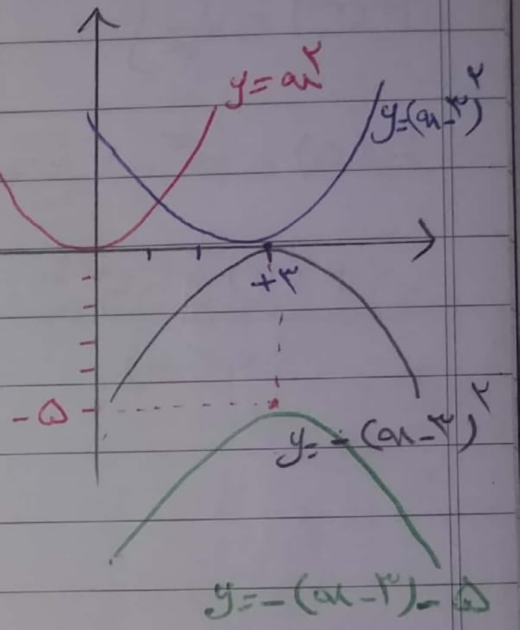
گام سوم: چون پشت پرانتز منفی داریم گام دوم را برعکس می‌کنیم.

گام چهارم: روی محور y ها ۳ تا بالا می‌رویم.

جواب نهای رنگ سبز



پ) $f(x) = -(x-۳)^۲-۵$



ت) $f(x) = \begin{cases} ۲x+۱ & x<۲ \\ -x-۳ & x \geq ۲ \end{cases}$

تابع دو ضابطه‌ای است و هر کدام باید جداگانه رسم شود.

یعنی ابتدا $y_۱ = ۲x+۱$ و بعد $y_۲ = -x-۳$ را رسم می‌کنیم.

$y_۱ = ۲x+۱ \quad x<۲$

x	۲	۱	۰
y	۲×۲+۱=۵	۲×۱+۱=۳	۲×۰+۱=۱

به x عددهای کوچکتر از ۲ می‌دهیم می‌توان ۲ را هم به x بدهیم ولی دایره‌ی توخالی می‌گذاریم. نقاط را رسم کرده و بعد به هم وصل می‌کنیم.

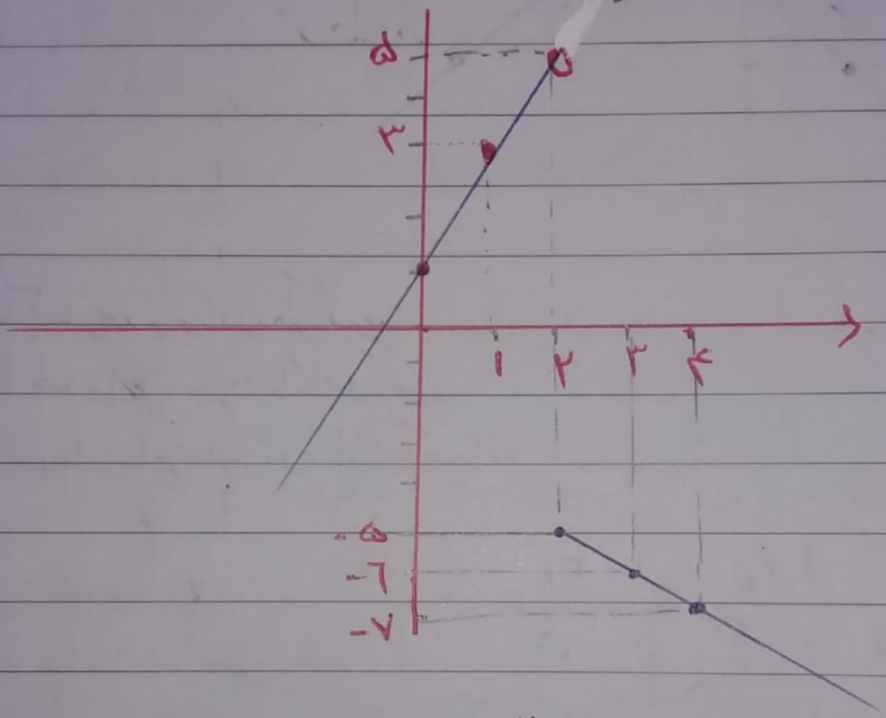
$y_۲ = -x-۳ \quad x \geq ۲$

x	۲	۳	۴
y	-۲-۳ -۵	-۳-۳ -۶	-۴-۳ -۷

به x عددهای ۲ و بزرگتر از ۲ می‌دهیم

چون درجه x یا توان x یک است پس نمودار آن به صورت خطی می شود.

از ضابطه اول اعداد (۵ و ۲) (۳ و ۱) (۱ و ۰) بدست آمده و از ضابطه دوم اعداد (-۵ و ۲) (-۶ و ۳) (-۷ و ۴) بدست آمده در نمودار قرار میدهیم.



ث) $f(x)=\begin{cases} x-1 & x<1 \\ -x+1 & x\geq 1 \end{cases}$

$y_1 = x-1 \qquad x<1$

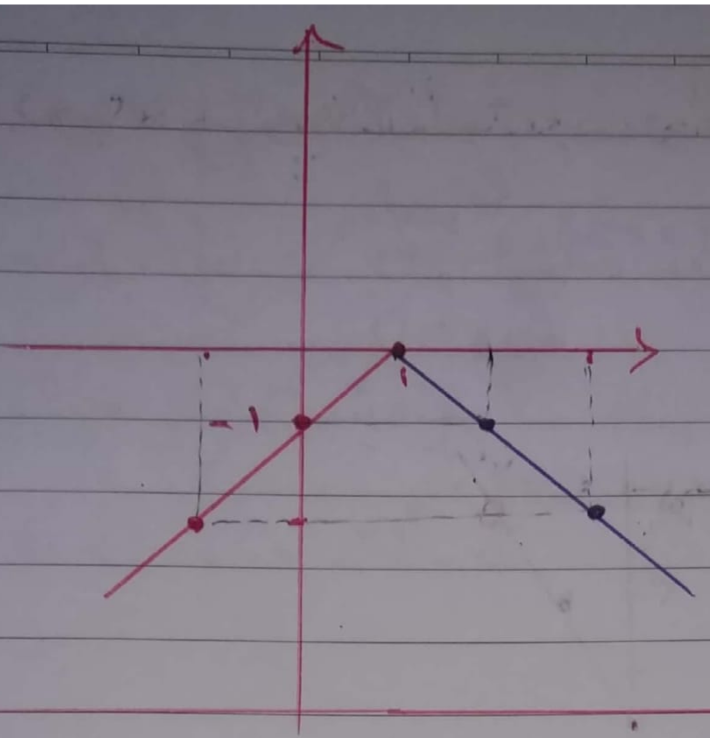
x	۱	۰	-۱
y	۱-۱=۰	۰-۱=-۱	-۱-۱=-۲

(۰ و ۱)
(-۱ و ۰)
(-۲ و -۱)

$y_2 = -x+1 \qquad x\geq 1$

x	۱	۲	۳
y	-۱+۱=۰	-۲+۱=-۱	-۳+۱=-۲

(۰ و ۱)
(-۱ و ۲)
(-۲ و ۳)



جدول آماری زیر را در نظر بگیرید.

الف - جدول آماری را کامل کنید.

ب - نمودار دایره‌ای آن را رسم کنید.

تجمعی	نسبی	مطلق	
F_i	r_i	f_i	حدود دسته ها
۱۲	$\frac{۱۲}{۹۸}$	۱۲	۱۰ - ۲۰
۱۲+۸ = ۲۰	$\frac{۴}{۲۱}$	۸	۲۰ - ۳۰
۲۰+۱۵ = ۳۵	$\frac{۵}{۱۴}$	۱۵	۳۰ - ۴۰
۳۵+۷ = ۴۲	$\frac{۷}{۹۸}$	۷	۴۰ - ۵۰
	↓	N = ۹۸	

جمع ستون فراوانی مطلق می شود حجم جامعه

می دانیم جمع فراوانی نسبی برابر است با عدد ۱

گام اول: همیشه فراوانی تجمعی طبقه اول با فراوانی مطلق طبقه اول برابر است.

گام دوم: فراوانی نسبی برابر است با فراوانی مطلق هر طبقه تقسیم بر حجم جامعه.

$$\frac{۱۲^{\times ۲۹۴}}{۹۸} + \frac{۴^{\times ۱۴}}{۲۱} + \frac{۵^{\times ۲۱}}{۱۴} + \frac{۷^{\times ۲۹۴}}{۹۸} = ۱$$

$$\frac{۳۵۲۸ + \underline{۵۶۹۸} + \underline{۱۰۵۹۸} + ۲۰۵۸}{۲۹۴۹۸} = ۱$$

$$\frac{۵۵۸۶ + ۱۶۱۹۸}{۲۹۴۹۸} = \frac{۱}{۱}$$

$$۵۵۸۶ + ۱۶۱۹۸ = ۲۹۴۹۸ \Rightarrow ۲۹۴۹۸ - ۱۶۱۹۸ = ۵۵۸۶$$

$$۱۳۳n = ۵۵۸۶ \Rightarrow n = \frac{۵۵۸۶}{۱۳۴} = \boxed{۴۲}$$

n = ۴۲ حجم جامعه بدست آمد.

در این مرحله برای بدست آوردن فراوانی مطلق تناسب می بندیم.

$$\frac{\boxed{۸}}{۴۲} = \frac{۴\times۲}{۲۱\times۲} \qquad \frac{\boxed{۱۵}}{۴۲} = \frac{۵\times۳}{۱۴\times۳}$$

برای بدست آوردن تجمعی فراوانی مطلق هر طبقه را با طبقه بعدی جمع می کنیم

ب) برای رسم نمودار دایره‌ای از فرمول $\frac{۳۶۰}{N}\times f_i$ استفاده می کنیم.

طبقه اول برحسب درجه $= \frac{۳۶۰}{۴۲}\times ۱۲ = ۱۰۲٫۸^\circ$

طبقه دوم برحسب درجه $= \frac{۳۶۰}{۴۲}\times ۸ = ۶۸٫۵^\circ$

طبقه سوم برحسب درجه $= \frac{۳۶۰}{۴۲}\times ۱۵ = ۱۲۸٫۵^\circ$

طبقه چهارم برحسب درجه $= \frac{۳۶۰}{۴۲}\times ۷ = ۶۰^\circ$