

## مجموعه ها

**تعریف مجموعه:** به هر گروهی از اشیاء و اعداد و حروف و اشیا

یک مجموعه گفته می شود. گروه را با حروف بزرگ را نشان می دهیم و عضوها را در  $\{ \}$  می گذاریم.

**عناصر مجموعه:** اشیاء و عناصری که در مجموعه را عضو می نامیم. و حالتی که برای نشان دادن داشتن مجموعه از حروف کوچک نشان استفاده می کنیم.

$$A = \{ a, b, c, d \}$$

مانند:

**نکته:** برای نشان دادن عناصر در مجموعه با علامت  $\in$  استفاده می کنیم و برای نشان دادن عضویت ندانستن از  $\notin$  (این علامت) استفاده می کنیم.

## خاصیت مجموعه ها

**الف) توری و اقصی مجموعه:** در این نوع نمایش اعضا داخل آکدرد  $\{ \}$  قرار داده و با و از هم جدا می کنیم.

**مجموعه قسماهی:** مجموعه ای که اعضای آن قابل شمارش باشد مجموعه قسماهی نامیده می شود.

$$A = \{ 1, 2, 3, 4, \dots \}$$

قسماهی و قابل شمارش بودن اعضا

$$B = \{ 1, 2, 3, \dots, 20 \}$$

قسماهی

$$C = \{ 1, 2, 3, \dots \}$$

نامقسماهی

با توجه به علامت ریاضی: در این نوع نمائش از خاصیت مثبت بین اعداد صحیح استفاده کرده و

آن ها را بین آن ها قرار می دهیم.  
 $A = \{ 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30 \}$

اعداد بین ۲۰ تا ۳۰ می باشد

به صورتی که (به شرطی است)

$$\{ x \mid x \in \mathbb{N}, 20 \leq x \leq 30 \}$$

مجموعه تمام اعداد

اعداد طبیعی

مثال) عضو ها را زیر را مشخص کنید:

$$A = \{ x \mid x \in \mathbb{N}, x < 3 \}$$

< (کوچکتر)

< (کوچکتر و مساوی)

> (بزرگتر)

> (بزرگتر و مساوی)

مؤثر عدد

کوچکتر

$$A = \{ 1, 2 \}$$

$$B = \{ x^3 - 1 \mid x \in \mathbb{N}, 2 < x < 4 \} = \{ 19 \}$$

مقدور می باشد که بین ۲ تا ۴ می باشد عدد ۳ می باشد چون ۲ را قبول داریم و نه ۴ فقط ۳ را قبول داریم

$$x = 3 \Rightarrow 3^3 - 1 = 27 - 1 = 19$$

$$C = \{ 2x + 3 \mid x \in \mathbb{N}, x \leq 4 \} = \{ 5, 7, 9, 11 \}$$

کوچکتر و مساوی



$$x = 1, 2, 3, 4$$

$$x = 1 \Rightarrow 2(1) + 3 = 5$$

$$x = 2 \Rightarrow 2(2) + 3 = 7$$

$$x = 3 \Rightarrow 2(3) + 3 = 9$$

$$x = 4 \Rightarrow 2(4) + 3 = 11$$

$$\Rightarrow D = \{x^2 + 3 \mid x \in \mathbb{N}, x < 4\} = \{5, 7\}$$

$$x = 1, 2$$

$$x = 1 \Rightarrow 1^2 + 3 = 4$$

$$x = 2 \Rightarrow 2^2 + 3 = 7$$

از ۵ ها

(۱) فاصله باز از  $a$  تا  $b$

$$(a, b) = \{x \mid a < x < b\}$$

در هر  $a$  و  $b$  را قبول نداریم

$$(4, 7) = \{x \mid 4 < x < 7\}$$

$$(-2, 5) = \{x \mid -2 < x < 5\}$$

$$[a, b] = \{x \mid a \leq x \leq b\}$$

(۲) فاصله بسته از  $a$  تا  $b$

$$[5, 7] = \{x \mid 5 \leq x \leq 7\}$$

در هر  $a$  و  $b$  را قبول داریم

$$[-3, 4] = \{x \mid -3 \leq x \leq 4\}$$

$$[3, 4] = \{x \mid 3 \leq x \leq 4\}$$

(۳) فاصله بین  $a$  و  $b$  از طرف چپ  $a$  تا  $b$

$a$  را مقبول نداریم و  $b$  را مقبول داریم

$$(a, b] = \{x \mid a < x \leq b\}$$

$$(4, 5] = \{x \mid 4 < x \leq 5\}$$

$$(-3, 4] = \{x \mid -3 < x \leq 4\}$$

$$(-2, \infty] = \{x \mid -2 < x \leq \infty\}$$

(۴) فاصله بین  $a$  و  $b$  از طرف راست  $a$  تا  $b$

$a$  را مقبول داریم و  $b$  را مقبول نداریم

$$[a, b) = \{x \mid a \leq x < b\}$$

$$[4, 5) = \{x \mid 4 \leq x < 5\}$$

$$[-2, \infty) = \{x \mid -2 \leq x < \infty\}$$

$$[-3, 4) = \{x \mid -3 \leq x < 4\}$$

مقتضای  
↑

(۵) فاصله از  $a$  تا  $+\infty$

$$(a, +\infty) = \{x \mid x > a\}$$

همیشه طرف مثبت بی نهایت از  $a$  است

$$(2, +\infty) = \{x \mid x > 2\}$$

$a$  را مقبول نداریم

موردی که بی نهایت مثبت و بی نهایت منفی را هم شامل می شود



$$(r, +\infty) = \{x \mid x > r\}$$

$$(10, +\infty) = \{x \mid x > 10\}$$

$$(-\infty, a) = \{x \mid x < a\}$$

$$(-\infty, \omega) = \{x \mid x < \omega\}$$

$$(-\infty, -r) = \{x \mid x < -r\}$$

$$(-\infty, r) = \{x \mid x < r\}$$

منفی بی نهایت

فاصله باز از  $a$  تا  $-\infty$

همیشه طرف بی نهایت از صاف باشد

صورت را یک یک منفی بی نهایت می کنیم

علامت تو کلید صاف می آید

(۷) فاصله باز از طرف  $+\infty$  و فاصله بسته از طرف  $a$

$$[a, +\infty) = \{x \mid x \geq a\}$$

ا را مقبول داریم

$$[r, +\infty) = \{x \mid x \geq r\}$$

$$[r, +\infty) = \{x \mid x \geq r\}$$

$$[-r, +\infty) = \{x \mid x \geq -r\}$$

$$[r, +\infty) = \{x \mid x \geq r\}$$

(۱) فاصله بسته از طرف  $-\infty$  و فاصله بسته از طرف  $a$

$$(-\infty, a] = \{x \mid x \leq a\}$$

$$(-\infty, \omega] = \{x \mid x \leq \omega\}$$

$$(-\infty, r] = \{x \mid x \leq r\}$$

$$(-\infty, r] = \{x \mid x \leq r\}$$

مثال) مجموعه‌ها زیر را مشخص کنید.

$$E = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x = 3K + 1, K = 1, 2, 3, \dots\}$$

$$E = \{\underbrace{3(1)+1}_4, \underbrace{3(2)+1}_7, \underbrace{3(3)+1}_{10}, \dots\} = \{4, 7, 10, \dots\}$$

تعریف اعداد صحیح و اعداد گسسته هم مثبت و هم منفی و صفر را در دایره نشان

می‌دهیم

$$F = \left\{ \frac{1}{2x-5} \mid x \in \mathbb{Z}, -1 < x < 4 \right\}$$

← اعداد صحیح داریم

← که مقبول نداریم

$$x = -1, 0, 1, 2, 3$$

$$F = \left\{ \frac{1}{2(-1)-5}, \frac{1}{2(0)-5}, \frac{1}{2(1)-5}, \frac{1}{2(2)-5}, \frac{1}{2(3)-5} \right\}$$

$$F = \left\{ \frac{1}{-9}, \frac{1}{-5}, \frac{1}{-3}, \frac{1}{-1}, \frac{1}{1} \right\}$$

مثال) نمره‌ها زیر را مشخص کنید.

الف) کارگران که خانه‌های خود را ساخته‌اند ✓

ب) دانش‌آموزان در میان معلم شهید ✓

ج) دانشجویان سال تحصیلی آینده دانشگاه آزاد ✓

د) کتاب‌ها خوب چاپ شده در سال ۱۳۸۲ ✓



مثال) مجموعه های زیر را مشخص کنید

$$\{x \mid x \text{ فقط بر ۲ بخش پذیر است}\} = \{2, 4, 6, 8, 10, \dots\}$$

اعداد اول: اعدادی هستند که فقط بر ۱ و خودش بخش پذیرند

$$\{x \mid x \in \mathbb{N}, x = 2k\} = \{x = 2 \times 1, x = 2 \times 2, x = 2 \times 3, \dots\}$$

$$k \in \mathbb{N} \quad = \{2, 4, 6, \dots\}$$

اعداد زوج: اعدادی هستند که ۲ در آن می ریزیم و اعدادی هستند که اعداد طبیعی ۲ برابر می شود

$$\{x \mid x \in \mathbb{N}, x = 2k - 1\} = \{x = 2 \times 1 - 1, x = 2 \times 2 - 1, x = 2 \times 3 - 1, \dots\}$$

$$= \{1, 3, 5, \dots\}$$

اعداد فرد: اعدادی هستند که ۲ در آن می ریزیم و اعدادی هستند که اعداد طبیعی ۲ برابر نمی شود

مثال) معادله های زیر را مشخص کنید و جواب آن را بنویسید

$$A = \{x \mid (2x - 1)(3x + 4) = 0\} = \left\{-\frac{4}{3}, \frac{1}{2}\right\}$$

$$2x - 1 = 0 \Rightarrow 2x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

طرف مجهول      ضریب مجهول

$$x = \frac{\text{ضریب مجهول}}{\text{طرف مجهول}} = \frac{1}{2}$$

$$3x = -4 \Rightarrow x = -\frac{4}{3}$$

طرف مجهول      ضریب مجهول

تعریف مجموعه تهی: مجموعه تهی آنست که هیچ عضوی را نداشته باشد. این مجموعه را  $\emptyset$  یا  $\{\}$  نشان می دهند.

مثال: مجموعه ای از ماه ها که به تنه از ۳۲ روز دارند.  $\emptyset$

مثال: مجموعه اعداد حقیقی که در دو رشته  $x < -2$  و  $x > 1$  صدق می کنند را بنویسید.

صورت اشتباه ندارند (مجموعه تهی است)

$\{1, \sqrt{2}, \sqrt{3}, 5\}$

تعریف مجموعه یابی: مجموعه ای است که تمام اعضا را در خود دارد.

تعریف زیر مجموعه: مجموعه A را زیر مجموعه B می نامیم هرگاه هر عضو از A در عضو B قرار گیرد.

مجموعه B می باشد (عضو A عیناً در مجموعه B وجود دارد) برای مثال زیر

مجموعه بودن از عبارت  $A \subseteq B$  استفاده می شود

$A = \{1, 5\}$

$A \subseteq B$  ✓

$B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

$B \subseteq A$  ✗

صراحتاً B زیر مجموعه A نیست.

عضو B داخل A نیست مانند ۲، ۳، ۴

نکته ۱: تهی زیر مجموعه هر مجموعه ای است.

نکته ۲: هر مجموعه زیر مجموعه ی خودش است.

نکته ۳: اند مجموعه دارای اعضا نیست آن به تعداد زیر مجموعه های تهی از مضمون



٢٠٠٠ (٢٠٠٠)

$n = r$  یعنی  $\Rightarrow \nu^r = 14 \Rightarrow$  تعداد زیر مجموعه ها

$n = \mu \Rightarrow \mu^\mu = 1 \Rightarrow$  تعداد زیر ۴۹۸۰

طریقہ پر ریت اور رن زیر ۸۶ و ۸۵ تا ۸۰

الف) موزونیت منفی      ب) موزونیت (موزونیتی)

[illegible]

مقاله: زنده بمانیم و زنده بمانیم

ناتہ : ۹۸۰ م ی ق م زبر ۵۸۰ ہا س ۱۲۸۰ را ۴۸۰

توانند پذیرفتن می‌دهیم. مجموعی برای

$P(A) = \underbrace{\{1\} \{2\} \{3\}}_{\text{تعضی}} \quad \underbrace{\{1,2\} \{1,3\} \{2,3\}}_{\text{تعضی}} \quad \underbrace{\emptyset \{1\}}_{\text{تعضی}}$

$\{1, 2, 3\}$   
 $\{ \text{درد، درد، درد} \}$   
 $\{ \text{درد، درد، درد} \}$

$$A = \{ \{a\}, b, c \}$$

$$n=3 \Rightarrow 2^3 = 8 \text{ زیر مجموعه}$$

$$P(A) = \left\{ \{ \{a\} \}, \{b\}, \{c\}, \{ \{a\}, b \}, \{b, c\}, \{ \{a\}, c \}, \emptyset, A \right\}$$

مجموعه توانی

نکته: اگر عضو داخل مجموعه آگولار داشته باشد برای زیر مجموعه بودن باید داخل آگولار

$$\{ \{a\} \}$$

قرار می گیرد

مستقیم مجموعه: اگر  $ACM$  یک مجموعه باشد سایر اعضای  $M$  در مجموعه  $M$  جمع می آید

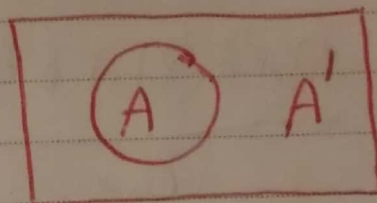
هستند و متعلق به مجموعه  $A$  نیستند و مکمل یک مجموعه می دهند نه آن مجموعه مستقیم

$A$  می گویند و  $A' = A^c$  می نامیم

$$M = \{ x \mid x \in M, x \notin A \}$$

مستقیم مجموعه  $A$  در  $M$  است

تعریف مستقیم باطل



$M$

$$M' = \emptyset$$

مستقیم مجموعه  $M$  در  $M$  است

$$\emptyset' = M$$

مستقیم مجموعه  $M$  در  $M$  است

$$A' = M - A$$

برای مجموعه  $M$  و  $A$  را از آن حذف می کنند

$$M = \{ 1, 2, 3, 4, 5 \}$$

$$A = \{ 3, 4 \}$$

$$A' = \{ 1, 2, 3, 4, 5 \} - \{ 3, 4 \} =$$

$$A' = \{ 1, 2, 5 \}$$



تعریف مجموعه‌ی  $A$  و  $B$  به گونه‌ای که تمام اعضای  $A$  در  $B$  قرار دارند و بالعکس

نامیده می‌شود.  $M$  نشان می‌دهیم.

مثال اگر  $M = \{1, 2, 3, a, b\}$  و  $A = \{a, 3\}$  آن‌ها  $A'$  را

حساب کنید:

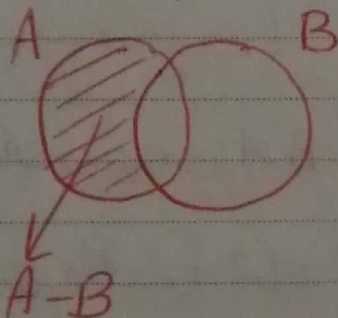
$$A' = M - A = \{1, 2, 3, a, b\} - \{a, 3\} = \{1, 2, b\}$$

در  $A$  عضوانی هستند که در  $A$  وجود ندارد و در  $M$  وجود دارند.

تفاضل (مجموعه‌ی  $A$  و  $B$ ) در تقاطع مجموعه‌ی  $A$  و  $B$  به صورت زیر

است:

$$A - B = \{x | x \in A, x \notin B\}$$

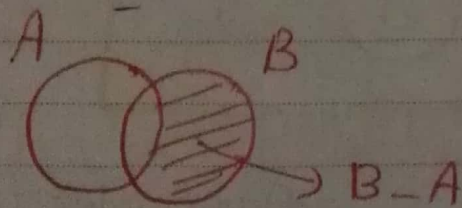


فقط آن و یا عضوانی هستند که از  $A$  هستند.

و عضوانی هستند که در  $A$  هستند.

$$B - A = \{x | x \in B, x \notin A\}$$

یعنی آن و یا عضوانی هستند که از  $B$  هستند و عضوانی هستند که در  $B$  هستند.



$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

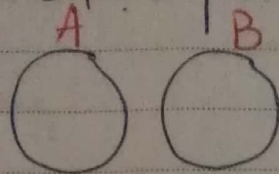
$$A - B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} - \{3, 4, 5\}$$

$$B = \{3, 4, 5\}$$

$$A - B = \{1, 2, 6\}$$

دو مجموعه صاف از هم جدا هستند و هیچ اشتراک ندارند

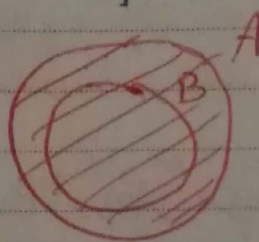
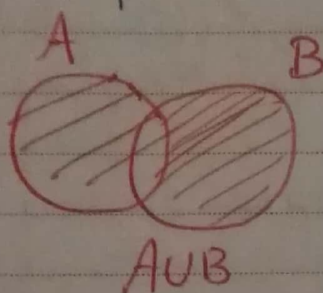
$$A \cap B = \emptyset$$



اتحاد دو مجموعه: اجتماع دو مجموعه A و B، مجموعه‌ای است که اعضای آن متعلق به A یا B باشد.

هر دو مجموعه یا اشتراک آن را یا  $A \cup B$  نشان می‌دهیم.

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ یا } x \in B\}$$



$$A = \{1, 2, 3\}$$

$$B = \{4, 5, 6\}$$

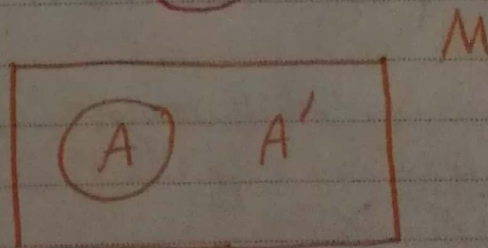
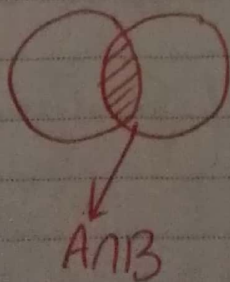
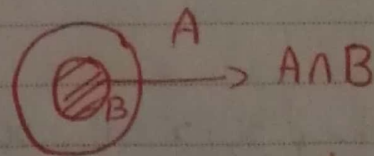
$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

اشتراک دو مجموعه:

اشتراک دو مجموعه A و B، مجموعه‌ای است که اعضای آن شامل اعضای مشترک بین دو مجموعه باشد.

اگر A و B اشتراک داشته باشند،  $A \cap B$  نشان می‌دهیم.

$$A \cap B = \{x \mid x \in A, x \in B\}$$



$$A = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$B = \{4, 5\} \quad A \cap B = \{4\}$$

$$A \cup A' = M \quad \text{مجموعه A و A' برابر مجموعه M است}$$

اگر A و A' دو مجموعه متضاد باشند،  $A \cap A' = \emptyset$

$$A \cap A = \emptyset$$

هر دو مجموعه A و A' اشتراک ندارند



بزرگترده سازی



مثال) اگر  $A = \{x | x \in M, x \geq 5\}$ ,  $M = \{1, 2, 3, 4, \dots, 10\}$

$B = \{3, 4, 5, 7, 9\}$  آن مجموعه حاصل شده زیر رابطه آورده:

الف)  $A \cap (B \cup A')$  نام اول: اشتباه نبود مجموعه A، اشتباهی نیست

ب)  $B' - A =$

مجموعه  $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$  (مجموعه)

$A' = M - A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\} - \{5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

$A = \{5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

$A' = \{1, 2, 3, 4\}$

$B \cup A' = \{3, 4, 5, 7, 9\} \cup \{1, 2, 3, 4\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 7, 9\}$

$A \cap (B \cup A') = \{5, 6, 7, 8, 9, 10\} \cap \{1, 2, 3, 4, 5, 7, 9\} = \{5, 7, 9\}$

$B' - A = \{1, 2, 4, 8, 10\} - \{5, 6, 7, 8, 9, 10\} = \{1, 2\}$  (مجموعه)

$B' = M - B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\} - \{3, 4, 5, 7, 9\} = \{1, 2, 6, 8, 10\}$

مثال) اگر  $M = \{a, b, c, d, e, f, g\}$ ,  $A = \{a, b, e\}$ ,  $B = \{f, g, c, b\}$

آن مجموعه زیر اشتباهی نیست

الف)  $A \cap (B \cup A')$

ب)  $A' - B =$

الف)  $A' = M - A = \{a, b, c, d, e, f, g\} - \{a, b, e\} = \{c, d, f, g\}$

$B \cup A' = \{f, g, c, b\} \cup \{c, d, f, g\} = \{f, g, c, b, d\}$

$A \cap (B \cup A') = \{a, b, e\} \cap \{f, g, c, b, d\} = \{b\}$

عصوه مشترك را می نویسیم

ب)  $A' - B = \{c, d, f, g\} - \{f, g, c, b\} = \{d\}$

تمرین ۲: فرض کنید  $A = \{2, 4, 6, 8\}$ ,  $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

$B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$B = \{x \mid x \in M, x < 7\}$

توجه کنید از ۷ و ۷ را قبول نداریم  
هم اوله  
عصوه ۵ و ۵ و ۵ و ۵ را مشخص می کنیم

الف)  $A' \cup (B \cap A)$

ب)  $A - B$

الف)  $A' = M - A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\} - \{2, 4, 6, 8\} = \{1, 3, 5, 7, 9, 10\}$

$A' = \{1, 3, 5, 7, 9, 10\}$

$B \cap A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \cap \{2, 4, 6, 8\} = \{2, 4, 6\}$

ب)  $A - B = \{2, 4, 6, 8\} - \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} = \{8\}$

تمرین ۳: فرض کنید  $A = \{3, 5, 7, 9\}$  و  $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

$B = \{x \mid x \in M, x < 8\}$

توجه کنید  
برای ۸ و ۸ را قبول نداریم



عنونه در مجموعه B، مشخص می کنیم

$$\text{الف) } A \cup (B' \cap A)$$

$$\text{ب) } B' - A$$

$$B' = M - B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\} - \{3, 4, 5, 6, 7\} = \{1, 2, 8, 9, 10\}$$

$$B = \{3, 4, 5, 6, 7\} = \{1, 2, 8, 9, 10\}$$

$$B' \cap A = \{1, 2, 8, 9, 10\} \cap \{3, 5, 7, 9\} = \{9\}$$

$$A \cup (B' \cap A) = \{3, 5, 7, 9\} \cup \{9\} = \{3, 5, 7, 9\}$$

$$B' - A = \{1, 2, 8, 9, 10\} - \{3, 5, 7, 9\} = \{1, 2, 8, 10\}$$

$$\text{مجموعه } A \cap M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$$

$$\text{الف) اگر } A' \cap M = \{x \mid x \in M, 2 < x \leq 5\}$$

را قبول نداریم

$$A = \{3, 4, 5\}$$

را قبول داریم

عنونه در مجموعه A، مشخص می کنیم

$$A' = M - A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\} - \{3, 4, 5\} =$$

$$A' = \{1, 2, 6, 7, 8, 9, 10\}$$

$$\text{ب) اگر } B' \cap M = \{x \mid x \in M, x > 2\}$$

را قبول نداریم

$$B = \{7, 8, 9, 10\}$$

$$B' = M - B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\} - \{7, 8, 9, 10\} =$$

$$\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

Subject:

Year. 14/ Month.

Date. ( )

$$A = \{x \in M, x^2 - 1 = 0\}, M = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$$

تمرین ۵: آر

آن دو A را بسازید.

$$x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$$

$$A = \{-1, +1\}$$

$$A' = M - A = \{-2, \cancel{1}, \cancel{0}, \cancel{2}\} - \{-1, +1\} = \{-2, 0, 2\}$$

توجه: هم

$$x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2$$

$$x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3$$

$$x^2 = 16 \Rightarrow x = \pm 4$$

$$x^2 = 25 \Rightarrow x = \pm 5$$

$$x^2 = 36 \Rightarrow x = \pm 6$$

$$x^2 = 49 \Rightarrow x = \pm 7$$

$$x^2 = 64 \Rightarrow x = \pm 8$$

$$x^2 = 81 \Rightarrow x = \pm 9$$

$$x^2 = 100 \Rightarrow x = \pm 10$$

$$A = \{x | x \in M, \exists n \leq 7\}, M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$$

تمرین ۶: آر

آن دو A و B را بسازید.

کسر، اقلیت

اقلیت را هم

اشتباه

الف)  $A \cap B$

ب)  $A' \cup B$

ج)  $B' \cap A$

$$B = \{x | x \in M, x^2 - 1 = 0\}$$

$$x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$$

$$B = \{1\}$$

$$A = \{3, 5, 6, 7\}$$

$$A' = M - A = \{1, 2, 3, \cancel{4}, \cancel{5}, \cancel{6}, \cancel{7}, 8, 9, 10\}$$

$$- \{3, 5, 6, 7\} = \{1, 2, 3, 8, 9, 10\}$$





$$A' = M - A = \{ -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 \} - \{ -1, 1, 3, 5 \} = \{ -3, -2, 0, 2, 4, 6, 7 \}$$

کمر دوم: B، اشتقاقی می باشد چون B با A رابطه اشتقاقی دارد و اشتقاقی B، اشتقاقی

$$n = 0, 1, 2, 3$$

$$n=0 \Rightarrow 0 - 2 = -2$$

$$n=1 \Rightarrow 1 - 2 = -1 \quad B = \{ -2, -1, 0, 1 \}$$

$$n=2 \Rightarrow 2 - 2 = 0$$

$$n=3 \Rightarrow 3 - 2 = 1 \quad B' = M - B = \{ -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 \} - \{ -2, -1, 0, 1 \} =$$

$$B' = \{ -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 \}$$

$$A' \cap B' = \{ -3, -2, 0, 2, 4, 6, 7 \} \cap \{ -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 \} =$$

$$\{ -3, -2, 0, 2, 4, 6, 7 \}$$

$$(A' \cap B') - C = \{ -3, -2, 0, 2, 4, 6, 7 \} - \{ 2, 4, 6 \} = \{ -3, -2, 0, 7 \}$$

$$C = \{ 2, 4, 6 \}$$

$$(A - B) \cap C = \{ -1, 1, 3, 5 \} - \{ -2, -1, 0, 1 \} \cap \{ 2, 4, 6 \} =$$

$$\{ 3, 5 \} \cap \{ 2, 4, 6 \} = \emptyset$$



$P(C) = \{ \{2\}, \{4\}, \{6\} \rightarrow \text{کتابخانه}$   
 $\{2,4\}, \{4,6\}, \{2,6\} \rightarrow \text{دو کتاب}$   
 $\emptyset, C = \{2,4,6\}$

### فصل ۲: عبارت‌های جبری

هر یک از حروف  $m$  و  $t$  و  $z$  می‌توانند جای همدیگر را بگیرند و مجموعه  $\{m, t, z\}$  می‌تواند به هر شکلی تغییر یابد. عبارت جبری مجموعه‌ای از متغیرها و اعداد حقیقی است که به صورت  $a^2 + 2ab + b^2$  شکل می‌گیرد. به هر یک از این متغیرها یک عدد داده‌اند.

$$ax^2 + 7xy + 1 \Rightarrow \text{عبارت جبری}$$

در عبارت  $ax^2 + 7xy + 1$  متغیر  $x$  و  $y$  و  $a$  متغیر هستند.

عبارت  $a^2 + 2ab + b^2$

این دو متغیر عبارتند از ضرب است.

$$\sqrt{ax^2 - a - 3y^2}$$

$$ax^2 + 2ab + by^2$$

نکته: از متغیرها مختلف مانند  $m, t, z, A, B$  می‌توان در عبارت جبری استفاده کرد.

نکته: این متغیرها می‌توانند توان دارند یا نباشند مانند  $x^2, y^3$ .

تعریف: تمام این عبارت است از ضرب عددی حقیقی در یک یا چند متغیر که می‌توانند توان داشته باشند.

عبارت جبری می‌تواند به این شکل باشد:

توان:

خردمندی هر عدد توان دارد به صورت زیر می باشد:

$$2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$$

$$2^2 = 4$$

$$3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$$

$$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$$

$$2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$$

$$2^4 = 2 \times 3 \times 3 \times 3 = 11$$

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_n$$

هر عدد را به تعداد توان در خودش ضرب می کنیم

خواص عدد توان داره

$$a^0 = 1$$

$$100^0 = 1$$

$$15^0 = 1$$

۱- هر عدد به توان صفر برابر است با ۱

۲- هر عدد به توان ۱ برابر است با خود آن عدد

$$a^1 = a$$

$$32^1 = 32$$

$$5^1 = 5$$

۳- اگر یک عدد توان دارد دوباره بتوان برسانیم توان در هم ضرب می شوند

$$(a^b)^c = a^{bc}$$

$$(2^3)^4 = 2^{12}$$

$$(3^2)^7 = 3^{14}$$

$$(7^4)^5 = 7^{20}$$

ضرب عددها توان داره

برای ضرب عددها توان داره دو حالت زیر وجود داره



مثال اول: پایه‌های مساوی است و توان‌ها یا یکسان یا متضاد باشند این صورت یکی از پایه‌ها را نوشت.

$$a^n \times a^m = a^{n+m}$$

و توان‌ها را با هم جمع می‌کنیم

$$1) 2^3 \times 2^5 = 2^{3+5} = 2^8$$

$$2) 2^3 \times 2^8 = (2^3)^2 \times 2^8 =$$

چون ۲ را ۲ نفر نوشتند باید ۴ را به ۲ تبدیل کنیم

$$2^6 \times 2^8 = 2^{14}$$

پایه صورت توان از ۲ نویسیم

$$3) (25)^3 \times 5^7 = (5^2)^3 \times 5^7 = 5^6 \times 5^7 = 5^{13}$$

$$4) (11)^2 \times 3^{10} = (3^4)^2 \times 3^{10} = 3^8 \times 3^{10} = 3^{18}$$

$$5) (17)^3 \times 9^2 = (3^4)^3 \times (3^2)^2 = 3^{12} \times 3^4 = 3^{16}$$

$$6) (14)^2 \times 8^2 = (2^3)^2 \times (2^3)^2 = 2^6 \times 2^6 = 2^{12}$$

$$7) (120)^4 \times (25)^3 = (5^3)^4 \times (5^2)^3 = 5^{12} \times 5^6 = 5^{18}$$

مثال دوم: هم پایه و هم توان مساوی است با هم می‌توان نوشت و توان‌ها را با هم جمع می‌کنیم

مثال دوم: اگر پایه‌ها در حالت یکسان باشند و توان‌ها برابر باشند می‌توان

درهم مقادیر و یکی از توان‌ها را می‌نویسیم

$$a^n \times b^n = ab^n$$

$$2^3 \times 3^3 = 1^3$$

$$2^2 \times 5^2 = 10^2 = 100$$

$$11^1 \times 3^4 = (3^4)^1 \times 3^4 = 3^8$$

$$2\omega^1 \times \omega^2 = \omega^2 \times \omega^2 = \omega^4$$

هنگامی که توان یکسانی داشته باشند می توانیم از پایه ها

$$3^2 \times 4^2 = 12^2$$

را نوشته و توان ها را جمع می کنیم

تقسیم اعداد توان داره

برای تقسیم اعداد توان دار حالتی داریم و

حالت اول: اگر پایه یکسان باشد می توانیم از پایه ها را از یکدیگر کم می کنیم

$$a^n \div a^m = a^{n-m}$$

حالت دوم: در صورتی که توان ها یکسان باشد می توانیم از پایه ها را از یکدیگر کم می کنیم

کمره و می توانیم از توان ها را از یکدیگر کم می کنیم

$$a^n \div b^n = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

$$\omega^3 \div \omega^2 = \omega^{3-2} = \omega^1$$

$$16^3 \div 2^4 = (2^4)^3 \div 2^4 = 2^{12} \div 2^4 = 2^8$$

$$\sqrt[3]{\omega} \div \sqrt[3]{\omega} = \sqrt[3]{\omega-3} = \sqrt[3]{\omega}$$

$$2\sqrt[3]{\omega} \div \sqrt[3]{\omega} = (\sqrt[3]{\omega})^2 \div \sqrt[3]{\omega} = \sqrt[3]{\omega^2} \div \sqrt[3]{\omega} = \sqrt[3]{\omega}$$

$$K^a \div V^a = \left(\frac{K}{V}\right)^a$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 \div \left(\frac{3}{2}\right)^3 = \left(\frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{2}}\right)^3 = \left(\frac{1}{3}\right)^3$$

$$\mu^2 \div K^2 = \left(\frac{\mu}{K}\right)^2$$

$$= \left(\frac{K}{\mu}\right)^3 = \left(\frac{2}{3}\right)^3$$



توان منفی:

با استفاده از اعداد توان داریم و می توان اعداد توان منفی را به صورت زیر تعریف کرد  
بر این ترتیب که اگر عددی توان دارد و منجمد کردی باشد عدد در صورت به همان توان منفی شود  
وقتی که عدد توان دارد منفی باشد به منجمد کردی و توان مثبت شود

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$\frac{1}{a^n} = a^{-n}$$

$$\frac{1}{2^5} = 2^{-5}$$

$$\frac{1}{3^4} = 3^{-4}$$

$$\frac{2}{3^5} = 2 \times 3^{-5}$$

$$\frac{5}{7^3} = 5 \times 7^{-3}$$

$$\left(\frac{2}{5}\right)^{-3} = \frac{2^{-3}}{5^{-3}} = \frac{5^3}{2^3}$$

$$\frac{4}{5^2} = 4 \times 5^{-2}$$

$$\frac{4}{5^2} = 4 \times 5^{-2}$$

$$\left(\frac{7}{8}\right)^{-5} = \frac{7^{-5}}{8^{-5}} = \frac{8^5}{7^5}$$

احمال اصلی روی عبارت چپری:

اجمع: در عمل جمع روی عبارت چپری: ۲ عبارت است که به این اضافة جمع می کنیم که مثبت باشد

باشند (هم از نظر منفی و هم از نظر توان)

$$3x^2y + (-5x^2y) = 3x^2y - 5x^2y = -2x^2y$$

$$3x^2y + (-5x^2y) + 4x^2 + 1 = -2x^2y + 4x^2 + 1$$

مورد اصلی که مثبت باشد

$$\underline{3x^2y} + (-yt) + 3x + \underline{(-2x^2y)} + y = 3x^2y - yt + 3x + y$$

۳ عبارت مشابه دارد

هرگاه عددی مثبت یا منفی نباشد ضریب آن ۱ است

۳x ، عبارت مشابه دارد

y : عبارت مشابه دارد

$$\underline{3x^2y} - x + 1 + \underline{7x^2y} - \underline{2x} = 10x^2y - 3x + 1$$

تفاوت روی عبارت میبری؟

در تفاوت نیز مانند جمع عمل می کنیم با این تفاوت که عبارت اول را نوشته و قرینه عبارت دوم

جمع می کنیم مثلاً قرینه عبارت دوم این است نه تمام جمله ای ها عبارت را در عدد ۱ -

ضرب می کنیم (عدد هائی که علامت آن مثبت است یا هم جمع می کنیم عدد هائی که علامت

آن هائی که علامت آن منفی است از هم تفریق می کنیم)

$$(xy - 3tz) - (5xy + 7tz) = \underline{xy} - 3tz - \underline{5xy} - 7tz = -4xy - 10tz$$

$$(y^2 - 4z) - (x + y^2 + 7) = y^2 - 4z - x - y^2 - 7 =$$

چون علامت مثبت را می بینیم علامت آن منفی می شود

$$\boxed{-4x - x - 7}$$

$$(x^3 - 4y) - (3y - z) = x^3 - \underline{4y} - \underline{3y} + z = x^3 - 7y + z$$



قانون دوم در تغییر ضرایب: برای ضرایب یا مقادیر متغیر در هر ضریب و مقادیر متغیرها

در هر ضریب می‌کنیم.

نکته: در توان‌ها اگر ضرایب یا مقادیر متغیرها برابر باشند توان‌ها با هم جمع می‌شوند.

توان

$$a^n \times a^m = a^{n+m}$$

ضرایب

$$(xyz)(1x^3yz)(4xyt^2) = 1 \cdot x^5 y^3 z^2 t^2$$

ضرایب متغیرها را هم جمع می‌کنیم  
ضرایب متغیرها را هم جمع می‌کنیم

$$1 \times 4 \times 1 = 4$$

ضرایب متغیرها را هم جمع می‌کنیم

$$x \times x \times x \times x = x^4$$

ضرایب متغیرها را هم جمع می‌کنیم  
ضرایب متغیرها را هم جمع می‌کنیم

ضرایب متغیرها را هم جمع می‌کنیم

ضرایب متغیرها را هم جمع می‌کنیم  
ضرایب متغیرها را هم جمع می‌کنیم

ضرایب متغیرها را هم جمع می‌کنیم

$$z \times z \times z = z^3$$

ضرایب متغیرها را هم جمع می‌کنیم

ضرایب متغیرها را هم جمع می‌کنیم

$$y \times y \times y = y^3$$

ضرایب متغیرها را هم جمع می‌کنیم

$$\left(\frac{1}{3} x^{\frac{1}{2}} y^2 t^0\right) \left(4 x^{-\frac{1}{2}} y^{-3} t\right) = \frac{4}{3} x^0 y^{-1} x t^1$$

$$\frac{1}{3} \times 4 \times x^{\frac{1}{2}} \times x^{-\frac{1}{2}} \times y^2 \times y^{-3} \times t^0 \times t = \frac{4}{3} x^0 y^{-1} x t^1$$

$$(xy) \times (2x + 4y + 1) = 2x^2y + 4xy^2 + 1$$

عبارت اول در تک عبارت باشند و ضرب می کنیم

$$(2x^2y - 3x) \times (7xy - 4y^2)$$

اولی در اولی

اولی در دومی

دومی در اولی

دومی در دومی

$$2x^2y \times 7xy - 2x^2y \times 4y^2 - 3x \times 7xy + 3x \times 4y^2 =$$

$$14x^3y^2 - 8x^2y^3 - 21x^2y + 12xy^2$$

اشاره می کنیم: در واقع تری هستند که به ازای هر مقدار  $a$  دوازده ای در تک حاصل می شود

۱) اتحاد صدق می تواند بود   
 جمع   
 تفریق   
 بداند نمی بتواند بود

۲) اتحاد صدق می تواند بود   
 جمع   
 تفریق   
 بداند نمی بتواند بود

۳) اتحاد صدق و انقضی   
 جمع   
 تفریق   
 نتواند بود

۴) اتحاد صدق و انقضی   
 جمع   
 تفریق   
 نتواند بود



(۵) اتحاد مربعه مشترک

(۶) اتحاد مربع سه جمله ای

معرفه اتحاد مربع  
جمع  
تفریق

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

اتحاد مربع در حالت جمع

اولی  
دومی

اولی به توان دو + ۲ برابر اولی در دومی + دومی به توان دو

اگر طرف راست را به خود به طرف چپ تبدیل می کنیم

اگر طرف چپ را به خود به طرف راست تبدیل می کنیم

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

اتحاد مربع در حالت تفریق

اولی به توان دو - ۲ برابر اولی در دومی + دومی به توان دو

مثال حاصل عبارات زیر را به دست آورید

الف)  $(3x-y)^2 = (3x)^2 - 2(3x)(y) + (y)^2 = 9x^2 - 2xy + y^2$

ب)  $(2x-3y)^2 = (2x)^2 - 2(2x)(3y) + (3y)^2 = 4x^2 - 12xy + 9y^2$

ج)  $(2x^2-3)^2 = (2x^2)^2 - 2(2x^2)(3) + (3)^2 =$

$$4x^4 - 12x^2 + 9$$

$$\Rightarrow (2x + 3y)^2 = (2x)^2 + 2(2x)(3y) + (3y)^2 = 4x^2 + 12xy + 9y^2$$

$$\Rightarrow (x + 2y)^2 = x^2 + 2(x)(2y) + (2y)^2 = x^2 + 4xy + 4y^2$$

$$ج) (3x^2 + y)^2 = (3x^2)^2 + 2(3x^2)(y) + y^2 = 9x^4 + 6x^2y + y^2$$

$$ع) (2x^3 - y)^2 = (2x^3)^2 - 2(2x^3)(y) + y^2 = 4x^6 - 4x^3y + y^2$$

$$2) (3x^2 - 4y^3)^2 = (3x^2)^2 - 2(3x^2)(4y^3) + (4y^3)^2 = 9x^4 - 24x^2y^3 + 16y^6$$

$$ح) (x^2 + y^2)^2 = (x^2)^2 + 2(x^2)(y^2) + (y^2)^2 = x^4 + 2x^2y^2 + y^4$$

معرفی اعداد منتهی در توان جمع:

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

ای به توان ۳ به ابرای به توان ۲ در ۳ و ۳ به ابرای در ۲ در ۳ به توان ۲ و ۲ در ۳ به توان ۲

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

معرفی اعداد منتهی در توان تفریق:

ای به توان ۳ به ابرای به توان ۲ در ۳ و ۳ به ابرای در ۲ در ۳ به توان ۲ و ۲ در ۳ به توان ۲

حالت راست دارد می شود طرف صید به سمت آفرده می شود

حالت صید دارد می شود طرف راست به سمت آفرده می شود

مثال حاصل عبارت های زیر را به دست آورید:

$$الف) (3x + 2)^3 = (3x)^3 + 3(3x)^2(2) + 3(3x)(2)^2 + 2^3 =$$

$$27x^3 + 36x^2 + 12x + 8$$



$$\Rightarrow (x - \frac{1}{x})^3 = x^3 - 3(x)^2(\frac{1}{x}) + 3x(\frac{1}{x})^2 - (\frac{1}{x})^3$$

$$= x^3 - x^2 + \frac{3x}{x} - \frac{1}{x^3}$$

$$\Rightarrow (x + 2y)^3 = x^3 + 3x^2(2y) + 3x(2y)^2 + (2y)^3 =$$

$$= x^3 + 6x^2y + 12xy^2 + 8y^3$$

$$\Rightarrow (x^2 + 3y)^3 = (x^2)^3 + 3(x^2)^2(3y) + 3x^2(3y)^2 + (3y)^3 =$$

$$x^6 + 9x^4y + 27x^2y^2 + 27y^3$$

$$\Rightarrow (x - 2y)^3 = (x^3) - 3(x)^2(2y) + 3x(2y)^2 - (2y)^3 =$$

$$x^3 - 6x^2y + 12xy^2 - 8y^3$$

اعتمادی و اعتمادی حالت ہے:

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

طرف راست دارہی شود طرف چپ بہرہ آورده می شود

طرف چپ دارہی شود طرف راست بہرہ آورده می شود

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

اعتمادی و اعتمادی حالت تفریق ہے:

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$

اعتمادی و اعتمادی حالت تفریق ہے:

$$x^2 + (a+b)x + ab = (x+a)(x+b)$$

اعتمادی و اعتمادی حالت ہے:

$$x^2 - (a+b)x - ab \Rightarrow (x+a)(x-b) \quad \text{اگر عدد مثبت است}$$

$$(x-a)(x+b) \quad \text{اگر } a \text{ عدد مثبت است}$$

$$x^2 - (a+b)x + ab = (x-a)(x-b)$$

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac \quad \text{اختلاف مربع در حالت سه جمله ای}$$

اولی می توان دو + دومی به توان دو + سومی به توان دو + برابر اولی در دومی  
 $\swarrow \quad \swarrow \quad \swarrow$   
 اوی دومی سومی

+ برابر اولی در سومی + برابر دومی در سومی

مثال) حاصل عبارت هارم درت آورید:

$$\text{الف) } (2x^4y^2)^3 = 8x^{12}y^6$$

$$\text{ب) } (3x^5y^2v^3)^2 = 9x^{10}y^4v^6$$

$$\text{ج) } (5xy^3z^5)^2 = 25x^2y^6z^{10}$$

$$\text{د) } (2x^4y^2z^5)^4 = 16x^{16}y^8z^{20} = 16x^{16}y^8z^{20}$$

$$\text{ه) } (x^4y^2z^3w)^5 = x^{20}y^{10}z^{15}w^5$$

$$\text{و) } 2xy^2(xy^3) = 2x^2y^5$$

$$\text{ز) } 4x^3y^4(3xy^5) = 12x^4y^9$$

$$\text{ح) } 5x^2(3x+4y) = 15x^3+20x^2y$$



$$e) x^r y (x^r + \omega x y^r) = 1 x^r y + r \omega x^r y^r$$

$$d) (x^r + y^r) (\omega x^r y + y^r) = 1 \omega x^r y + r y^r + 1 \omega x^r y^r + r y^r$$

$$c) (x^r y + y^r x) (x^r + y^r) = 1 x^r y + 1 y^r x + r x^r y + r y^r x$$

$$b) (x + y + z)^r = x^r + r y^r + (y^r z)^r + r x (y^r z) + r y (x^r z) + r x y (z^r) = x^r + r y^r + r z^r + r x y + r y x + 1 y^r z$$

$$a) (x - \omega y)^r = (x)^r - r (\omega x) (\omega y) + (\omega y)^r = x^r - r \omega x y + r \omega y^r$$

$$d) (x + r)^r = x^r + r (x)^r (r) + r x (r)^r + r^r = x^r + 1 r x^r + r^2 x + r^2$$

$$c) (x - r)^r = (x)^r - r (r x) (r) + r^r = 1 x^r - r^2 x + r^2$$

$$b) (x + \omega) (x - r) = x^r - r x + \omega x - 1 \omega = x^r + r x - 1 \omega$$

50)  $(x-y)(x+y) = x^2 + xy - yx - y^2 = x^2 + xy - y^2$

6)  $(x^2+y)(x^2+y) = (x^2)^2 + 2x^2y + y^2 = x^4 + 2x^2y + y^2$

7)  $(x+2y)(x+2y) = x^2 + 4xy + 4y^2 = x^2 + 4xy + 4y^2$

8)  $(x^3+2)(x^3+2) = (x^3)^2 + 2x^3 + 2x^3 + 4 = x^6 + 4x^3 + 4$

مثال) عبارات زیر را تجزیه کنید:

نکته: استفاده از اتحادها: در این حالت از اتحادهای مفاد شده استفاده می کنیم

الف)  $1-x^2 = (1-x)(1+x)$  اتحاد مزدوج

ب)  $x^2-16 = (x-4)(x+4)$

ج)  $x^2-36 = (x-6)(x+6)$

د)  $x^2-49 = (x-7)(x+7)$

ه)  $\frac{x^2}{4} - y^2 = (\frac{x}{2} - y)(\frac{x}{2} + y)$

و)  $x^3 - \frac{1}{27} = (x - \frac{1}{3})(x^2 + \frac{1}{3}x + \frac{1}{9})$  اتحاد مکعب و مخرج

$(x - \frac{1}{3})(x^2 + \frac{1}{3}x + \frac{1}{9})$



$$1) x^3 - y^3 = (x)^3 - (y)^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$$

$$2) x^3 - 12a = (x)^3 - (a)^3 = (x - a)(x^2 + ax + a^2)$$

$$3) (x - y)^3 + y^3 = (x - y)^3 + y^3 = ((x - y) + y)((x - y)^2 + y(x - y) + y^2)$$

$$4) (x + y)^3 - y^3 = (x + y)^3 - (y)^3 = ((x + y) - y)((x + y)^2 + y(x + y) + y^2)$$

$$5) x^2 - a^2 = (x)^2 - (a)^2 = (x - a)(x + a)$$

$$6) x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$$

$$7) x^2 - 4y^2 = (x^2 - 2y)(x^2 + 2y)$$

$$8) x^3 - 1 = (x - 1)(x^2 + x + 1)$$

$$9) x^2 + 2x = x(x + 2)$$

$$10) y(x + 2) = y(x + 2)$$

$$11) x^2 - 4 = (x - 2)(x + 2)$$

$$12) x^2 + 6x + 9 = (x + 3)(x + 3)$$

$$13) x^2 + 3x - 4 = (x + 4)(x - 1)$$

$$14) x^2 + 5x + 4 = (x + 4)(x + 1)$$

مثال (حذفیات را حذف کنید)

$$w^4 x^4 y^3 - 3^2 x^3 y^2 z$$

$$w^4 = 4 \times 4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4$$

$$3^2 = 3 \times 3 = 2 \times 2 \times 3 = 2^2 \times 3$$

$$x^6 = x \times x \times x \times x \times x \times x$$

$$x^3 = x \times x \times x$$

$$\text{مثال} = 3^2 \times 2 \times x^3 y^2$$

$$y^3 = y \times y \times y$$

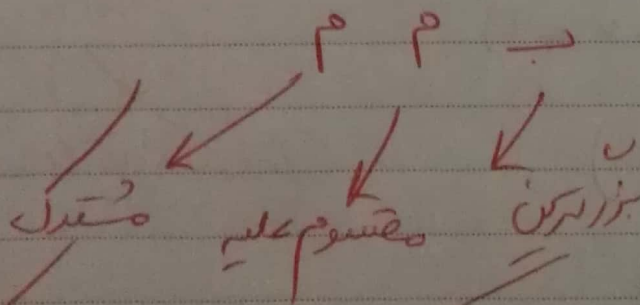
بسیار از راه‌های مختلف می‌توان فاکتوریزاسیون را انجام داد

$$y^2 = y \times y$$

مثلاً از جداول حاصل می‌گیریم. این‌ها نیز می‌توانند به هم برسند

رایج‌ترین روش استفاده از جدول است. این‌ها را به جدول تبدیل می‌کنیم و حاصل را فقط علامت

جمع و تفریق می‌کنیم.



در فاکتوریزاسیون، ما به دنبال بزرگترین مقسوم علیه می‌گردیم. این‌ها را به جدول تبدیل می‌کنیم و حاصل را فقط علامت

جمع و تفریق می‌کنیم.



معادلات درجه اول:

معادلات درجه اول به صورت کلی به شکل زیر در می آید:

$$ax + b = 0 \Rightarrow ax = -b$$

تبدیل می شود برای این که ضرایب  $x$  را حذف کنیم و  $x$  را به تنهایی پیدا کنیم.

$$x = \frac{-b}{a} \quad \text{چون} \quad ax = -b \Rightarrow \frac{ax}{a} = \frac{-b}{a}$$

برای حل معادله ابتدا ضرایب  $x$  را حذف می کنیم و  $x$  را به تنهایی پیدا می کنیم.

معادله درجه اول به این صورت است که می توان  $x$  را به تنهایی پیدا کرد.

طریقه بدین است:

مثال) معادلات زیر را حل کنید:

$$2x + 6 = 0 \Rightarrow 2x = -6 \Rightarrow x = \frac{-6}{2} = -3$$

حل:  $2x + 6 = 0$  (معادله)  
 $2x = -6$  (ضرایب  $x$  حذف می شود)  
 $x = -3$  (پایان)

ب)  $5x - 2 = 3x + 6 \Rightarrow 5x - 3x = 6 + 2$

حل:  $5x - 3x = 6 + 2$   
 $2x = 8 \Rightarrow x = \frac{8}{2} = 4$

ج)  $3x - 1 = 0 \Rightarrow 3x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{3}$

حل:  $3x - 1 = 0$   
 $3x = 1$   
 $x = \frac{1}{3}$

د)  $4x - 9 = x + 6 \Rightarrow 4x - x = 6 + 9 \Rightarrow 3x = 15$

$$x = \frac{15}{3} = 5$$

$$\Rightarrow) \omega n - v = 0 \Rightarrow \omega n = v \Rightarrow n = \frac{v}{\omega}$$

↓ ↓  
مطلوبه

$$8) 4x - 3 = \omega n - 2 \Rightarrow 4x - \omega n = -2 + 3$$

↓ ↓ ↓ ↓  
مطلوبه

$$-x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{-1} = -1$$

$$9) \frac{4}{2} x - 1 = 0 \Rightarrow \frac{4}{2} x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{\frac{4}{2}} = \frac{2}{4}$$

↓ ↓  
مطلوبه

در دو تدریس در تدریس

$$\frac{x-1}{2} + \frac{x-2}{3} = \frac{x+1}{6}$$

مثال

هر یک به دست آوردن  $x$  است چون معادله کسری است برای از بین بردن کسرها دو طرف را به عدد ضرب می کنیم که به تمام کسرها بخش پذیر باشد و روشن دهم می توان کسرها را جمع می کنیم و طرف چپ را آخر کسرها به دست می آید که در آخر ساده می کنیم.

طوری را در ۶ ضرب می کنیم چون ۶ به ۲ و ۳ و ۶

$$4 \left( \frac{x-1}{2} + \frac{x-2}{3} = \frac{x+1}{6} \right)$$

به کسرها ضرب می کنیم



$$\frac{4(x-1)}{4} + \frac{4(x-2)}{4} = \frac{4(x+1)}{4}$$

$$3(x-1) + 2(x-2) = x+1$$

$$3x-3+2x-4 = x+1$$

$$3x+2x-x = 1+4+3 \Rightarrow 4x=8 \Rightarrow x=\frac{8}{4}=2$$

$$x + \frac{1}{2}(x-1) + x+1 = 1$$

(قال)

معادله گسسته است پس باید از این بردن چند عدد صحیح داریم ۲ عدد صحیح

$$2x \left( x + \frac{1}{2}(x-1) + x+1 = 1 \right)$$

$$2x + x-1 + 2x+2 = 12$$

$$5x = 12 - 2 + 1 \Rightarrow 5x = 11 \Rightarrow x = \frac{11}{5} = 2.2$$

معادله گسسته است پس باید از این بردن چند عدد صحیح داریم ۲ عدد صحیح

$$\left( \frac{x+5}{4} + \frac{x-1}{4} = x+3 \right)$$

(قال)

معادله گسسته است پس باید از این بردن چند عدد صحیح داریم ۲ عدد صحیح

معادله گسسته است پس باید از این بردن چند عدد صحیح داریم ۲ عدد صحیح

$$12 \left( \frac{x+5}{4} + \frac{x-1}{4} = x+3 \right)$$

$$\frac{12(x+5)}{4} + \frac{12(x-1)}{4} = 12(x+3)$$

$$3(x+7) + 2(x-1) = 12(x+3)$$

$$3x+21+2x-2=12x+36$$

$$19-36=12x-2x-3x \Rightarrow -7x=17 \Rightarrow x=\frac{17}{-7} = -\frac{17}{7}$$

معادلات درجی دوم:

فرم کلی معادلات درجی دوم به صورت زیر می باشد  
 $ax^2+bx+c=0$  با مقادیر  $a, b, c$   
 مقادیر  $a, b, c$  از روش به نام  $\Delta$  استفاده می کنیم

$a \rightarrow$  ضریب  $x^2$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$b \rightarrow$  ضریب  $x$

معادله درجی دوم معادله است که توان  $x$  2 باشد

$c \rightarrow$  عدد ثابت

توجه به علامت  $\Delta$  داشته باشیم:

حالت اول:  $\Delta > 0$  دو ریشه حقیقی متمایز دارد

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

ریشه اول

ریشه دوم

حالت دوم:  $\Delta = 0$  یک ریشه حقیقی دارد

$$x_1 = -\frac{b}{2a}$$



مسئله:  $\Delta < 0$ ، ریشه‌های حقیقی ندارد، (عدد  $\Delta$  منفی است)

(مثال) معادلات زیر را حل کنید:

$$2x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (-4)^2 - 4(2)(3) = 16 - 24 = -8 < 0$$

$$a = 2 \Rightarrow a = \text{ضریب } x^2$$

$$b = -4 \Rightarrow b = \text{ضریب } x$$

$$c = 3 \Rightarrow c = \text{عدد ثابت}$$

$$\Rightarrow x^2 + \omega x + 4 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (\omega)^2 - 4(1)(4) = \omega^2 - 16 = 1 > 0$$

$$x_{\text{ضریب}} = a = 1$$

$$x_{\text{ضریب}} = b = \omega$$

$$x_{\text{ضریب}} = c = 4$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-\omega + 1}{2(1)} = \frac{-\omega}{2} = \textcircled{2}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-\omega - 1}{2(1)} = \frac{-\omega}{2} = \textcircled{-3}$$

$$\Rightarrow x^2 + 4x + 4 = 0$$

$$x_{\text{ضریب}} = a = 1$$

$$x_{\text{ضریب}} = b = 4$$

$$x_{\text{ضریب}} = c = 4$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (4)^2 - 4(1)(4) = 16 - 16 = 0$$

که ریشه‌ها یکی هستند

$$x_1 = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2(1)} = \textcircled{-2}$$

→  $2x^2 + x + 2 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (1)^2 - 4(2)(2) = 1 - 16 = -15 < 0$

$a = 2 \Rightarrow a = 2$

ریشه‌ها در صورت حقیقی است

$b = 1 \Rightarrow b = 1$

$c = 2 \Rightarrow c = 2$

→  $2x^2 - x - 1 = 0$

$a = 2 \Rightarrow a = 2$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (-1)^2 - 4(2)(-1) = 1 + 8 = 9$

$\Delta = 9 > 0$

دو ریشه حقیقی متمایز

$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-1) + \sqrt{9}}{2(2)} = \frac{1 + 3}{4} = \frac{4}{4} = 1$

$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-1) - \sqrt{9}}{2(2)} = \frac{1 - 3}{4} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$

→  $x^2 + 4x = 0$   $c = 0$  باشد آن‌گاه

معادله را می‌توان به صورت زیر حل نمود از روش فاکتورگیری استفاده می‌توان از

$a = 1 \Rightarrow a = 1$

روش  $\Delta$  هم استفاده کرد

$x^2 + 4x = 0 \Rightarrow x(x + 4) = 0$

$b = 4 \Rightarrow b = 4$

$c = 0 \Rightarrow c = 0$

$\left\{ \begin{array}{l} x = 0 \\ x + 4 = 0 \Rightarrow x = -4 \end{array} \right.$

پس ریشه‌ها  $x = 0$  و  $x = -4$  می‌باشند و این دو ریشه را می‌توان به روش دیگر نیز بدست آورد



$$x^2 - 3x = 0 \Rightarrow x(x-3) = 0$$

$$a = \text{ضریب } x^2 \Rightarrow a = 1$$

$$b = \text{ضریب } x \Rightarrow b = -3$$

$$x = 0$$

$$x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3$$

$$c = \text{عدد یکنوا} \Rightarrow c = 0$$

$$x^2 - 4 = 0$$

میانگین دو عدد اولی که در هم ضرب شده و به  $b$  باشد آن دو عدد را به صورت زیر حل می‌شود  $x^2$  را به طرفت دیگر می‌کشیم و عددی که کنار  $x$  دارد را طرفت راست می‌بریم و بعد از طرفین

$$x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2$$

$$a = \text{ضریب } x^2 = 1 \quad b = \text{ضریب } x \Rightarrow b = 0 \quad c = -4 \Rightarrow \text{عدد یکنوا}$$

$$x^2 - 3 = 0 \Rightarrow x^2 = 3 \Rightarrow x = \pm \sqrt{3}$$

$$a = 1 \Rightarrow \text{ضریب } x^2$$

$$b = 0 \Rightarrow \text{ضریب } x$$

$$c = -3 \Rightarrow \text{عدد یکنوا}$$

تقریب علامت :

عبارت است از مشخص کردن علامت بین عبارت - یعنی این مشخص کنیم عبارت کمی منفی می‌باشد

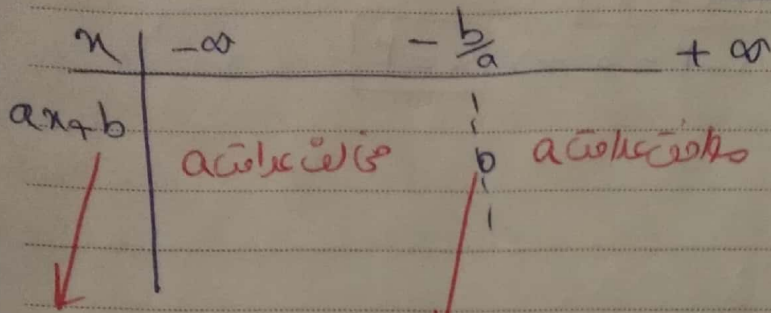
مثبت می‌باشد یعنی علامت برای در دست صفر است در هم می‌زنیم و اولی که منفی است در تقریب

علامت این است که باید صفر را در دست صفر قرار دهیم و

تقریب علامت صفر را در هم می‌زنیم و اولی که منفی است را صفر قرار دهیم و جواب را به دست می‌آوریم

ماژول اول تعیین علامت به صورت زیر استقارهی کنیم

$$ax + b = 0 \Rightarrow ax = -b \Rightarrow \boxed{x = -\frac{b}{a}}$$



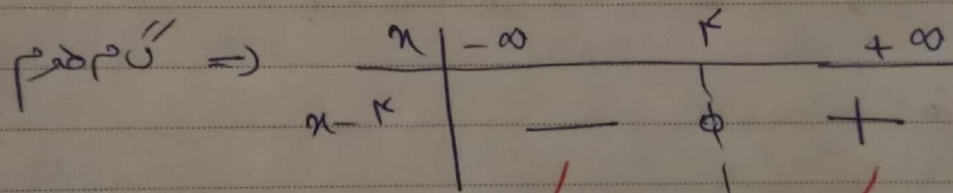
در این حالت در  
قادر می‌شویم

یعنی این عدد در درجی را  
می‌تواند

مثال) عبارت زیر را تعیین علامت کنید

عدد در درجی اول می‌توانیم است  $y = x - 4$  (الف)

$$x - 4 = 0 \Rightarrow x = 4$$

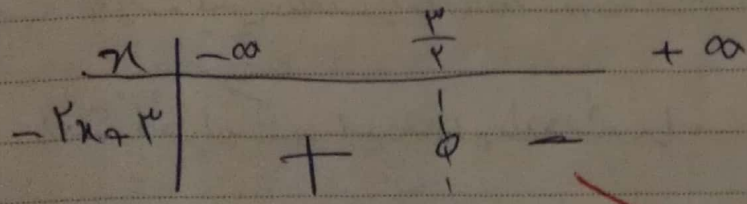


مخالف چون ضریب  $x$  مثبت است -  
منتهی می‌شود

موافق چون  
ضریب  $x$  مثبت بوده

عدد در درجی اول می‌توانیم است  $y = -2x + 3$  (ب)

$$-2x + 3 = 0 \Rightarrow -2x = -3 \Rightarrow \boxed{x = \frac{3}{2}}$$



موافق چون ضریب  $x$  منفی

مخالف چون ضریب  $x$  منفی است

است



تقسیم الی عبارات را به صورت حاصل ضرب می‌نویسیم

۱)  $y = (x-2)(x+2)$

عبارت‌ها را در صورتی اول باشد و به مقدار عبارت‌ها گام اول:  $x-2=0 \Rightarrow x=2$

به جدول  $x+2=0 \Rightarrow x=-2$  طرأض می‌کنیم و به صورت جدول

تقسیم عددها می‌کنیم در نهایت عبارت عبارت‌ها را در هم

ضرب می‌کنیم ریشه داخل جدول از روی به نزدیک صفت می‌خور

با یکمین طرأض می‌نویسیم

عددها

| $x$              | $-\infty$ | $-2$ | $2$ | $+\infty$ |
|------------------|-----------|------|-----|-----------|
| $x-2$            | —         | 0    | +   | +         |
| $x+2$            | —         | 0    | +   | +         |
| $y = (x-2)(x+2)$ | +         | 0    | +   | +         |

طرأض

۲)  $y = (x+3)(-x+4)$  کوپلترین ریشه

گام اول: جداسازی  $x+3=0 \Rightarrow x=-3$

صفر قرار می‌دهیم

$-x+4=0 \Rightarrow -x=-4 \Rightarrow x=4$

بزرگترین ریشه

گام دوم: جدول تقسیم عددها

| $x$           | $-\infty$ | $-3$ | $4$ | $+\infty$ |
|---------------|-----------|------|-----|-----------|
| $x+3$         | —         | 0    | +   | +         |
| $-x+4$        | +         | +    | 0   | —         |
| $(x+3)(-x+4)$ | —         | 0    | +   | —         |

روابط

بدلتیں ( )

گامِ مردم: جدولِ تفسیرِ حرافت

۱۳۱۵۲۶۳۷۴۵۶۷۸۹۱۰۱۱۱۲۱۳۱۴۱۵۱۶۱۷۱۸۱۹۲۰۲۱۲۲۲۳۲۴۲۵۲۶۲۷۲۸۲۹۳۰۳۱۳۲۳۳۳۴۳۵۳۶۳۷۳۸۳۹۴۰۴۱۴۲۴۳۴۴۴۵۴۶۴۷۴۸۴۹۵۰۵۱۵۲۵۳۵۴۵۵۵۶۵۷۵۸۵۹۶۰۶۱۶۲۶۳۶۴۶۵۶۶۶۷۶۸۶۹۷۰۷۱۷۲۷۳۷۴۷۵۷۶۷۷۷۸۷۹۸۰۸۱۸۲۸۳۸۴۸۵۸۶۸۷۸۸۸۹۹۰۹۱۹۲۹۳۹۴۹۵۹۶۹۷۹۸۹۹۱۰۰

صوں ۱۔ اعتراف شد

تقریب شد

خزج می شود پس بیاید صندوق شده قرار می دهیم

$$\{x-1=0 \Rightarrow \} \vee \{x=1 \Rightarrow \} \quad \boxed{x = \frac{1}{r}}$$

$$1 - \mu x = 0 \Rightarrow \mu x = 1 \Rightarrow \boxed{x = \frac{1}{\mu}}$$

$$1 - x = 0 \Rightarrow -x = -1 \Rightarrow \boxed{x = 1}$$



| $x$            | $-\infty$ | $\frac{1}{x}$ | $\frac{y}{x}$ | 1 | $+\infty$ |
|----------------|-----------|---------------|---------------|---|-----------|
| $x-1$          | —         | 0             | +             | + | +         |
| $x^2-x$        | +         | +             | 0             | — | —         |
| $1-x$          | +         | +             | +             | 0 | —         |
| $(x-1)(x^2-x)$ | —         | 0             | +             | 0 | +         |
| $1-x$          |           |               |               |   |           |

تعیین علامت عبارت درم:

برای تعیین علامت عبارت درم یعنی این که توان  $x$  باشد یا از دستور  $\Delta$  استفاده

کنیم یا توجه به علامت  $\Delta$  صورت به وجود می آید:

$$y = ax^2 + bx + c$$

صورت  $\Delta > 0$  در این صورت عبارت درم  $x_1, x_2$  دارد (جدول تعیین علامت صورت

|     | $x_1$                   | $x_2$                   |
|-----|-------------------------|-------------------------|
| $y$ | موافق $a$ (ضریب $x^2$ ) | موافق $a$ (ضریب $x^2$ ) |
|     | موافق $a$ (ضریب $x^2$ ) | موافق $a$ (ضریب $x^2$ ) |

براست:

$$y = x^2 + \omega x + \gamma$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$a=1 \Rightarrow a = \text{ضریب } x^2$$

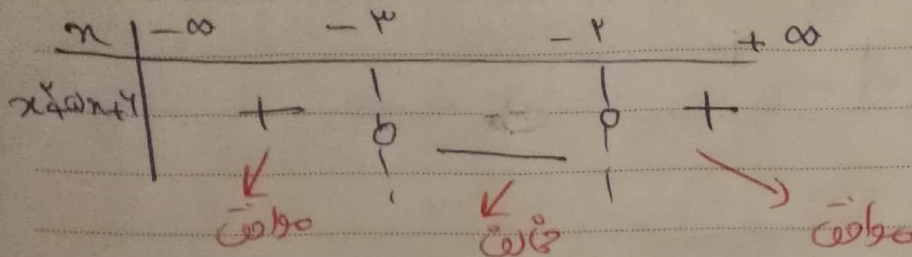
$$\Delta = (\omega)^2 - 4(1)(\gamma) = \omega^2 - 4\gamma = 1 > 0$$

$$b=\omega \Rightarrow b = \text{ضریب } x$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-\omega + 1}{2(1)} = \frac{-\omega}{2} = -\frac{\omega}{2}$$

$$x_1, x_2 \text{ هر دو } = 0 \Rightarrow c = \gamma$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-\omega - 1}{2} = \frac{-\omega}{2} = -\frac{\omega}{2}$$



$$\rightarrow y = -x^2 + 3x - 2$$

$$\Delta = b^2 - 4ac =$$

$$a = -1 \leftarrow a = x^2 \text{ ضریب } x^2$$

$$b = 3 \leftarrow b = 3x \text{ ضریب } x$$

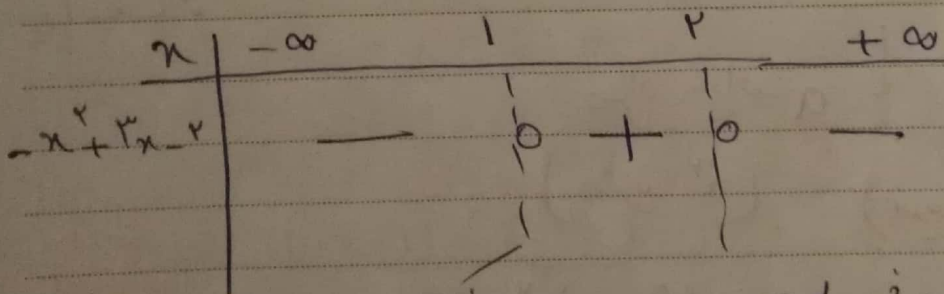
$$\Delta = (3)^2 - 4(-1)(-2) = 9 - 8 = 1 > 0$$

در ریشه دارد

$$c = -2 \leftarrow c = -2 \text{ ضریب } x^0$$

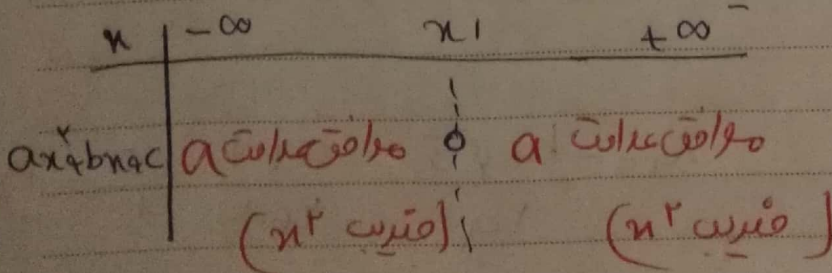
$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-3 + 1}{2(-1)} = \frac{-2}{-2} = 1$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-3 - 1}{2(-1)} = \frac{-4}{-2} = 2$$



صاف دوم: فرق کنند  $\Delta = 0$  باشد در این صورت می دانیم ریشه تباری میورد

$$\Delta = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$







کلیه عبارات را به این طرف و آن طرف می بریم تا طرفی صفر نشود پس باید توجه به این بود که عبارات به سمت آن طرف

رو می یافتم است یا در می رویم یا گری می خوریم جدول تقسین عداقت را بر می می بینیم عداقت فواید شده

در صورت توان را مشخص می کنیم

مثال: نامی دلالت زیر را حل کنید:

$$2x - 5 < x + 3 \quad \text{الف)}$$

$$x + 3 - 2x + 5 < 0$$

گام اول: همی عبارات را به طرف صفر می بریم

$$-x + 8 < 0 \Rightarrow -x - 8 = 0 \Rightarrow \boxed{x = -8}$$

گام دوم: ماری صفر را می رویم

| x        | $-\infty$ | -8 | $+\infty$ |
|----------|-----------|----|-----------|
| $-x + 8$ | -         | 0  | +         |
|          | ///       |    | ///       |
|          |           | ج  |           |

نیم سوم: جدول تقسین عداقت  
 جواب:  $(-8, +\infty)$

نیم چهارم: مشخص کردن بازه به عنوان جواب

صورت عداقت کوچکتر است یا بزرگتر است یا نه عداقت منفی را در به عنوان جواب می باشد و چون صفر را قبول نداریم بازه بزرگتر است

$$2x + 4 < 5x - 3 \quad \text{ب)}$$

$$2x + 4 - 5x + 3 < 0 \Rightarrow -3x + 7 < 0$$

$$-3x + 7 = 0 \Rightarrow -3x = -7 \Rightarrow \boxed{x = \frac{7}{3}}$$

| x         | $-\infty$ | $\frac{7}{3}$ | $+\infty$ |
|-----------|-----------|---------------|-----------|
| $-3x + 7$ | -         | 0             | +         |
|           | ///       |               | ///       |
|           |           | ج             |           |

جواب:  $(\frac{7}{3}, +\infty)$

صورت صفر را قبول نداریم بازه بزرگتر است



→  $x^2 \leq 3x$

$x^2 - 3x \leq 0 \Rightarrow x(x-3) \leq 0 \Rightarrow$

$\begin{cases} x=0 \\ x=3 \end{cases}$

روش اول: فاکتورگیری

از راه  $\Delta$  و از راه فاکتورگیری می توان حل کرد

| $x$        | $-\infty$ | $0$ | $3$ | $+\infty$ |
|------------|-----------|-----|-----|-----------|
| $x^2 - 3x$ | $+$       | $0$ | $-$ | $+$       |
|            | $///$     | $ $ | $ $ | $///$     |

جواب:  $[0, 3]$

صورت منفی را قبول داریم پس بازه بسته است

$\Delta = b^2 - 4ac$

$x^2 - 3x = 0 \Rightarrow a=1$

$x = -b = -3$

روش دوم: روش  $\Delta$

$\Delta = (-3)^2 - 4(1)(0) = 9$ ,  $\Delta > 0$  پس دو جواب دارد  $c=0$

$\Delta > 0$  در نتیجه

$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-3) + \sqrt{9}}{2(1)} = \frac{3 + 3}{2} = 3$

$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-3) - \sqrt{9}}{2(1)} = \frac{3 - 3}{2} = 0$

| $x$        | $-\infty$ | $0$ | $3$ | $+\infty$ |
|------------|-----------|-----|-----|-----------|
| $x^2 - 3x$ | $+$       | $0$ | $-$ | $+$       |
|            | $///$     | $ $ | $ $ | $///$     |

جواب:  $[0, 3]$

→  $(x+2)(3x-4) > 0$

$x+2=0 \Rightarrow x = -2$

صورت منفی در عبارت درجه اول

$3x-4=0 \Rightarrow 3x=4 \Rightarrow x = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$

است. صورت صفر قرار می دهیم

پس بازه را به دو بازه تقسیم می کنیم

| $x$          | $-\infty$ | $-2$ | $2$ | $+\infty$ |
|--------------|-----------|------|-----|-----------|
| $x+2$        | $-$       | $0$  | $+$ | $+$       |
| $x-2$        | $-$       | $-$  | $0$ | $+$       |
| $(x+2)(x-2)$ | $+$       | $0$  | $0$ | $+$       |
|              | $+$       | $0$  | $0$ | $+$       |

صورت علامت برابر دارد و مخرج علامت مثبت دارد  
پس عنوان جواب است

جواب:  $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$

هنگام جداسازی بازه به عنوان جواب داشته باشیم

بین آن ها اجتماع قرار می دهیم

$$2) \frac{x}{2} + \frac{x+2}{x} > 0$$

لشم اول: مخرج مشترک می گیریم

$$\frac{x^2 + 2(x+2)}{2x} > 0 \Rightarrow \frac{x^2 + 2x + 4}{2x} > 0$$

صورت  
مثلاً:  $x^2 + 2x + 4 = 0$   
 $\Delta = b^2 - 4ac$

لشم دوم: صورت، مخرج را ماضی صفر قرار می دهیم  
 $x^2 = a = 1$   
 $x = b = 2$   
 $x = c = 4$

$$\Delta = (2)^2 - 4(1)(4) = 4 - 16 = -12 < 0$$

چون  $\Delta < 0$  در جدول تغییر علامت نداریم و علامت علامت  $x$

مخرج  $2x = 0 \Rightarrow \boxed{x = 0}$

| $x$                      | $-\infty$ | $0$ | $+\infty$ |
|--------------------------|-----------|-----|-----------|
| $x^2 + 2x + 4$           | $+$       | $+$ | $+$       |
| $x$                      | $-$       | $0$ | $+$       |
| $\frac{x^2 + 2x + 4}{x}$ | $-$       | $+$ | $+$       |

جواب:  $(0, +\infty)$



8)  $\frac{2}{n+1} + \frac{3}{n+3} > 0$

کدام اولیاء مشترک داریم

$$\frac{2(n+3) + 3(n+1)}{(n+1)(n+3)} > 0 \Rightarrow \frac{5n+7}{(n+1)(n+3)} > 0$$

$$\frac{5n+7}{(n+1)(n+3)} > 0$$

$$\Rightarrow 5n+7 > 0 \Rightarrow 5n > -7 \Rightarrow \boxed{n > -\frac{7}{5}}$$

$$2: n+1 = 0 \Rightarrow \boxed{n = -1}$$

$$3: n+3 = 0 \Rightarrow \boxed{n = -3}$$

چون علامت برابر است پس بازه ها را

که علامت مثبت یا منفی عنوان

جواب هستیم

| n            | $-\infty$ | $-3$ | $-\frac{7}{5}$ | $-1$ | $+\infty$ |
|--------------|-----------|------|----------------|------|-----------|
| $5n+7$       | —         |      | —              | 0    | +         |
| $n+1$        | —         | —    | —              | 0    | +         |
| $n+3$        | —         | 0    | +              | +    | +         |
| $5n+7$       | —         |      | +              | —    | +         |
| $(n+1)(n+3)$ | —         |      | +              | —    | +         |

جواب:  $(-3, -\frac{7}{5}) \cup (-1, +\infty)$

8)  $\frac{5}{n-4} > \frac{3}{n+2}$

$$\frac{5}{n-4} - \frac{3}{n+2} > 0 \Rightarrow \frac{5(n+2) - 3(n-4)}{(n-4)(n+2)} > 0$$

$$\frac{(n+10) - (n+11)}{(n-4)(n+4)} > 0 \Rightarrow \frac{2x+11}{(n-4)(n+4)} > 0$$

$$2x+11 \leq 0 \Rightarrow 2x \leq -11 \Rightarrow x \leq -\frac{11}{2} \quad \text{--- 11}$$

$$x-4 = 0 \Rightarrow x = 4$$

$$n+4 \leq 0 \Rightarrow x \leq -4$$

| n            | $-\infty$ | $-11$ | $-4$ | $4$ | $+\infty$ |
|--------------|-----------|-------|------|-----|-----------|
| $2x+11$      | —         | 0     | +    | +   | +         |
| $x-4$        | —         | —     | 0    | +   | +         |
| $n+4$        | —         | —     | 0    | +   | +         |
| $2x+11$      | —         | 0     | +    | +   | +         |
| $(x-4)(n+4)$ | ///       | 0     | +    | +   | +         |

جواب :  $(-11, -4) \cup (4, +\infty)$

جواب :  $(-11, -4) \cup (4, +\infty)$

$$e) \frac{1}{x} + \frac{x+2}{x+3} > 0 \Rightarrow \frac{x+3+x(x+2)}{x(x+3)} > 0$$

$$\frac{x+3+x^2+2x}{x(x+3)} > 0 \Rightarrow \frac{x^2+3x+3}{x(x+3)} > 0$$

جواب :  $x^2+3x+3 = 0 \Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac$   
 $\Delta = (3)^2 - 4(1)(3) = 9 - 12 = -3$



$$x^2 + 2x + 3 = a = 1$$

صورتی نہ ہونے کی وجہ سے  $\Delta < 0$

$$x^2 + 2x + 3 = b = 4$$

علامت  $x^2$

$$x^2 + 2x + 3 = c = 4$$

مخرج  $\boxed{x=0}$  ,  $x+3=0 \Rightarrow \boxed{x=-3}$

| $x$            | $-\infty$ | $-3$ | $0$ | $+\infty$ |
|----------------|-----------|------|-----|-----------|
| $x^2 + 2x + 3$ | +         | +    | +   | +         |
| $x$            | -         | -    | 0   | +         |
| $x+3$          | -         | 0    | +   | +         |
| $x^2 + 2x + 3$ | +         | -    | +   | +         |
| $n(x+3)$       | +         | -    | +   | +         |

جواب:  $(-\infty, -3) \cup (0, +\infty)$

ج)  $\frac{4-2x}{x} > 1$

$$\frac{4-2x}{x} - \frac{1}{1} > 0 \Rightarrow \frac{4-2x-x}{x} > 0$$

$$\frac{4-3x}{x} > 0 \Rightarrow 4-3x=0 \Rightarrow -3x=-4$$

$$\boxed{x = \frac{4}{3}}$$

مخرج  $x=0$

Subject:

Year: ١٤٢٧ Month:

Date: ( )

| $x$       | $-\infty$ | $0$ | $\frac{1}{e}$ | $+\infty$ |
|-----------|-----------|-----|---------------|-----------|
| $f(x)$    | +         | +   | +             | -         |
| $f'(x)$   | -         | 0   | +             | +         |
| $f''(x)$  | -         | -   | +             | -         |
| $f'''(x)$ | ///       | /// | ///           | ///       |

جواب:  $(0, \frac{1}{e})$

$$2) \quad x^2 + x < -x^2 + 3$$

$$x^2 + x + x^2 - 3 < 0 \Rightarrow 2x^2 + x - 3 < 0$$

$$a = 2$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$b = 1$$

$$\Delta = (1)^2 - 4(2)(-3) = 1 + 24 = 25$$

$$c = -3$$

$$\Delta > 0 \Rightarrow$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1 + \sqrt{25}}{4} = \frac{-1 + 5}{4} = \frac{4}{4} = 1$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1 - \sqrt{25}}{4} = \frac{-1 - 5}{4} = \frac{-6}{4} = -1.5$$

| $x$      | $-\infty$ | $-1$ | $1$ | $+\infty$ |
|----------|-----------|------|-----|-----------|
| $f(x)$   | +         | +    | +   | +         |
| $f'(x)$  | +         | 0    | 0   | +         |
| $f''(x)$ | ///       | ///  | /// | ///       |

جواب:  $(-1, 1)$



مسئله (معادلات زیر را حل کنید)

(الف)  $4x^2 + 2 - 3x = 0$

$$4x^2 + 2 - 3x - 0x = 0 \Rightarrow 4x^2 - 1x + 2 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$x^2 \text{ ضریب } = a = 4$$

$$x \text{ ضریب } = b = -1$$

$$\Delta = (-1)^2 - 4(4)(2) = 1 - 16 - 32 = -47$$

در این صورت وجود دارد

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-1) + \sqrt{-47}}{2(4)} = \frac{1 + \sqrt{-47}}{8}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-1) - \sqrt{-47}}{2(4)} = \frac{1 - \sqrt{-47}}{8}$$

وقتی در صورت سوال گفته می شود معادله را حل کنید هدف از حل معادله به دست آوردن

ریشه است

(ب)  $\frac{4x+1}{3} + \frac{2x-3}{5} = x-1$

وقتی معادله کسی است که طرفین را در عددی ضرب می کنند که این عدد به گزینج ها بخش پذیر باشد

$$15 \times \left( \frac{4x+1}{3} + \frac{2x-3}{5} = x-1 \right)$$

$$\frac{15(4x+1)}{3} + \frac{15(2x-3)}{5} = 15(x-1)$$

$$20x + 5 + 4x - 9 = 15x - 15$$

$$20x + 4x - 15x = -15 + 9 - 5 \Rightarrow 11x = -11 \Rightarrow x = \frac{-11}{11} = -1$$

$$\Rightarrow \frac{x+4}{3} + \frac{x-5}{4} = \frac{x-9}{12}$$

معمولہ کر کے اور طرف سے ضرب دیں گے کہ یہ خارج ہو جائے گا

$$12 \left( \frac{x+4}{3} + \frac{x-5}{4} = \frac{x-9}{12} \right)$$

$$4(x+4) + 3(x-5) = x-9$$

$$4x+16+3x-15=x-9$$

$$4x+3x-x = -9+15-16$$

$$6x-4 = -9$$

$$6x = -9+4 \Rightarrow x = \frac{-5}{6}$$

$$\Rightarrow 4x-15-x = 3x+5$$

$$4x-15-x-3x-5=0 \Rightarrow 4x-15-4x-5=0 \Rightarrow -20=0$$

$$x = \frac{-20}{-2} = 10$$

$$\Rightarrow 4x+2x+3 = 5x+10$$

$$4x+2x+3-5x-10=0$$

$$4x+2x-5x-10+3=0 \Rightarrow 4x+2x-5x-7=0 \Rightarrow x = \frac{7}{1} = 7$$



مورد استفاده 8

پداسی استفاده از روابط و معادلات برای اثبات این است که معادلات را حذف می کنیم و متغیرها را حذف می کنیم و می بینیم

که در معادله های آن را در یک رابطه از معادلات به یک گویه قرار دادیم و متغیرها را حذف می کنیم

متغیری را حذف می کنیم که دو ضربه داشته باشد

۱- معادله ها حذف می شوند

۲- ضرایب ها حذف می شوند

نقشه استفاده این است که دو معادله را در هم می بینیم و معادله را حذف می کنیم و گویه قرار دادیم

مثال) استفاده از روابط زیر را حل کنید

$$\begin{cases} -x + y = 2 \\ 3x + 4y = 1 \end{cases}$$

الان دو معادله داریم و می توانیم یکی را در دیگری ضرب کنیم

و روابط داریم و معادله ها را می توانیم هم  $x$  یا هم  $y$  را حذف کنیم

$$\begin{cases} -x + y = 2 \\ 3x + 4y = 1 \end{cases}$$

۳ را حذف می کنیم و معادله ها را حذف می کنیم

حذف می کنیم و ضرایب ها هم حذف می شوند و می بینیم

$$\begin{cases} -x + y = 2 \\ 3x + 4y = 1 \end{cases}$$

۳ را حذف می کنیم

$$y = 1 \Rightarrow y = 1$$

$y = 1$  را در یکی از معادله ها می بینیم و می بینیم

$$y = 1 \Rightarrow -x + 1 = 2$$

۱ را در یکی از معادله ها می بینیم

$$-x = 2 - 1 \Rightarrow -x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{-1} = -1$$

$$\text{ب) اصل} \begin{cases} x+y=3 \\ 2x+y=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} -1x \\ \times \end{matrix} \begin{cases} x+y=3 \\ 2x+y=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -x-y=3 \\ 2x+y=1 \end{cases}$$

یاضف می بینم می شود از روش

روش اول: حذف y

درم سمت راست حذف در جواب

که درستی آن

$$+ \begin{cases} -x-y=3 \\ 2x+y=1 \end{cases}$$

$$\underline{-x+2x-y+y=6} \Rightarrow \boxed{x=6}$$

$$x+y=3 \Rightarrow \boxed{y=3-6=-3} \quad x=6 \text{ درستی از روش اولی مقادیر می دهیم}$$

$$\begin{cases} x+y=3 \\ 2x+y=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} -2x \\ \times \end{matrix} \begin{cases} x+y=3 \\ 2x+y=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} -2x-2y=-6 \\ 2x+y=1 \end{matrix}$$

روش دوم: حذف x

$$\underline{-2x+2x-2y+y=-6+1}$$

$$\underline{-y=-5} \Rightarrow \boxed{y=5}$$

$$2x-2=1 \Rightarrow 2x=3 \Rightarrow \boxed{x=\frac{3}{2}=1.5} \quad y=5-2 \text{ درستی از روش اولی مقادیر می دهیم}$$

$$\text{ج) اصل} \begin{cases} 2x+5y=-3 \\ 3x-2y=5 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} 1x \\ \times \end{matrix} \begin{cases} 2x+5y=-3 \\ 3x-2y=5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x+5y=-3 \\ 3x-2y=5 \end{cases}$$

$$+ \begin{cases} 2x+5y=-3 \\ 18x-10y=15 \end{cases}$$

$$\underline{16x+10y-10y=-15+15} \Rightarrow \underline{16x=0} \Rightarrow \boxed{x=\frac{0}{16}=0}$$



نکته: در این سوال، ما داریم به کمک روش حذف (Elimination) می‌خواهیم جواب را پیدا کنیم.

$$2x + 3y = 5 \Rightarrow 2x - 3y = 5 \Rightarrow -3y = 5 - 2x \Rightarrow -3y = 5 - 2x \Rightarrow y = \frac{2x - 5}{3}$$

$$\boxed{y = \frac{2x - 5}{3} = -1}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x - 3y = 5 \\ 2x + 3y = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x - 3y = 5 \\ 2x + 3y = 1 \end{cases}$$

$$+ \begin{cases} 4x - 6y = 10 \\ 4x + 6y = 2 \end{cases}$$

$$4x + 4x - 6y + 6y = 10 + 2 \Rightarrow 8x = 12 \Rightarrow x = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$$

$$2x + 3y = 1 \Rightarrow 3y = 1 - 2x \Rightarrow 3y = 1 - 2 \Rightarrow y = \frac{1 - 2}{3} = -\frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ 3x + 2y = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ 3x + 2y = 1 \end{cases}$$

$$+ \begin{cases} 6x - 4y = 2 \\ 6x + 4y = 2 \end{cases}$$

$$2(3) + 2y = 1$$

$$2y = 1 - 6$$

$$2y = -5 \Rightarrow y = \frac{-5}{2} = -2.5$$

$$6x + 6x - 4y + 4y = 2 + 2$$

$$12x = 4 \Rightarrow x = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

$$8) \left\{ \begin{array}{l} rx + y = r \\ x - y = 1 \end{array} \right. \Rightarrow + \left\{ \begin{array}{l} rx + y = r \\ \underline{x - y = 1} \\ rx + x + y - y = r + 1 \end{array} \right.$$

$$rx = r \Rightarrow \boxed{x = \frac{r}{r}}$$

$$\frac{r}{r}x + y = r$$

$$\frac{10}{r} + y = r \Rightarrow y = \frac{r}{r} - \frac{10}{r}$$

$$y = \frac{r - 10}{r} \Rightarrow y = \frac{r}{r}$$

$$\boxed{y = \frac{\frac{r}{r}}{\frac{r}{r}} = \frac{r}{r}}$$